



# La structure en spin du nucléon

A. Deur

## ► To cite this version:

A. Deur. La structure en spin du nucléon. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2008. tel-00407961

**HAL Id: tel-00407961**

**<https://theses.hal.science/tel-00407961>**

Submitted on 28 Jul 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **UNIVERSITE BLAISE-PASCAL**

(U.F.R de Recherche Scientifique et Technique)

## **HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES**

Présentée par

**Alexandre Deur**

Docteur d'Université

Staff Scientist au Thomas Jefferson National Accelerator Facility

### **La structure en spin du nucléon**

Habilitation soutenue le 11 Fevrier 2008, devant la commission d'examen:

Président: Mme B. Erazmus

Examineurs: Mr. V. Burkert  
Mr. P. Henrard  
Mr. C. Hyde  
Mr. B. Michel  
Mr. M. Vanderhaegen

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
1.1	Problématique . . . . .	3
1.2	Moyen d'étude . . . . .	5
1.3	Les multiples visages du nucléon . . . . .	5
1.4	Plan . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Phénoménologie de la diffusion de leptons</b>	<b>7</b>
2.1	La diffusion de leptons . . . . .	7
2.1.1	La première approximation de Born . . . . .	8
2.1.2	Cinématique . . . . .	8
2.1.3	Section efficace de la réaction . . . . .	10
2.1.3.1	Expression générale de la section efficace . . . . .	10
2.1.3.2	Tenseurs leptonique et hadronique et paramétrisation de la section efficace inclusive . . . . .	10
2.2	Spectre de diffusion . . . . .	11
2.2.1	Diffusion inélastique profonde (DIS) . . . . .	12
2.2.1.1	Mécanisme . . . . .	12
2.2.1.2	Invariance d'échelle de Bjorken ( <i>Bjorken Scalling</i> ) . . . . .	12
2.2.1.3	Formalisme . . . . .	12
2.2.1.4	Asymétries de photo-absorption . . . . .	14
2.2.1.5	Extraction des fonctions de structures . . . . .	15
2.2.1.5.1	Extraction par les asymétries relatives . . . . .	15
2.2.1.5.2	Extraction par les différences de sections efficaces . . . . .	16
2.2.2	Le modèle des partons . . . . .	17
2.2.2.1	DIS dans la limite de Bjorken . . . . .	17
2.2.2.2	QCD perturbative à $Q^2$ fini . . . . .	19
2.2.3	La région des résonances . . . . .	19
2.2.4	Diffusion élastique et quasi-élastique . . . . .	21
2.2.4.1	Mécanisme de la diffusion élastique . . . . .	21
2.2.4.2	Section efficace élastique . . . . .	21
2.2.4.2.1	Cas du nucléon . . . . .	22

2.2.4.2.2	Cas du deutéron . . . . .	22
2.2.4.2.3	Cas de l'hélium 3 . . . . .	23
2.2.4.3	Mécanisme de la diffusion quasi-élastique . . . . .	24
2.3	Techniques de calculs . . . . .	25
2.3.1	Développement de produit d'opérateurs (OPE) . . . . .	25
2.3.2	Calculs sur réseau . . . . .	27
2.3.2.1	Techniques de calculs . . . . .	27
2.3.2.2	Technique de calculs sur réseau par intégration Monte Carlo . . . . .	28
2.3.2.3	Limitation des calculs de QCD sur réseau . . . . .	29
2.3.3	Calculs en perturbations chirales. . . . .	32
2.3.3.1	Chiralité . . . . .	32
2.3.3.2	QCD et symétrie chirale . . . . .	32
2.4	Résumé . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Règles de somme</b>	<b>34</b>
3.1	Règles de somme sur $\sigma_{TT}$ . . . . .	35
3.2	Règles de somme sur $g_{LT}$ . . . . .	37
3.3	Règles de somme sur $S_1$ et $S_2$ . . . . .	38
3.4	Polarisabilités de couleurs . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Situation expérimentale</b>	<b>43</b>
4.1	Les données mondiales . . . . .	43
4.2	Descriptions des expériences à Jefferson Lab . . . . .	44
4.2.1	Le faisceau d'électrons . . . . .	44
4.2.2	Hall A . . . . .	44
4.2.2.1	Les expériences . . . . .	44
4.2.2.2	La cible polarisée d'hélium 3 . . . . .	46
4.2.2.3	L'équipement du hall A . . . . .	47
4.2.2.4	E94-010 . . . . .	48
4.2.2.5	E99-117 . . . . .	49
4.2.2.6	E97-103 . . . . .	49
4.2.2.7	E01-012 . . . . .	50
4.2.2.8	E97-110 . . . . .	50
4.2.3	Hall B . . . . .	51
4.2.3.1	Les expériences . . . . .	51
4.2.3.2	La cible polarisée d'ammoniaque . . . . .	51
4.2.3.3	L'appareillage expérimental du hall B . . . . .	51
4.2.4	Hall C . . . . .	53
4.2.5	Couvertures cinématiques des expériences . . . . .	54
4.3	Conclusion . . . . .	54

<b>5</b>	<b>Récents résultats de Jefferson Lab</b>	<b>55</b>
5.1	Résultats sur QCD perturbatif à grand $x$ . . . . .	55
5.1.1	Les distributions de partons à grand $x$ . . . . .	55
5.1.2	pQCD dans le DIS à grand $x$ . . . . .	56
5.1.3	Prédictions du modèle des quarks constituants dans le DIS à grand $x$ . . . . .	57
5.1.4	Autres prédictions . . . . .	57
5.1.5	Résultats sur $A_1$ . . . . .	58
5.1.6	Décomposition en saveurs des distributions de partons polarisées . . . . .	59
5.2	Résultats sur $g_1$ , $g_2$ , $A_1$ , $A_2$ , $\sigma_{TT}$ et $\sigma'_{LT}$ . . . . .	60
5.2.1	Résultats sur $\sigma_{TT}$ et $\sigma'_{LT}$ sur $l^3\text{He}$ . . . . .	60
5.2.1.1	La section efficace d'interférence transverse-transverse $\sigma_{TT}$ . . . . .	61
5.2.1.2	La section efficace d'interférence longitudinale-transverse $\sigma'_{LT}$ . . . . .	63
5.2.2	Impact des résultats inclusifs de JLab sur les paramétrisations des distributions de partons . . . . .	63
5.3	Résultats sur l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn pour le neutron . . . . .	64
5.4	Premiers moments de $g_1$ et $g_2$ et intégrale de Bjorken . . . . .	66
5.4.1	Extractions des premiers moments de $g_1$ . . . . .	66
5.4.1.1	Les moments $\Gamma_1^p$ , $\Gamma_1^n$ , $\Gamma_1^d$ . . . . .	66
5.4.1.2	L'intégrale de Bjorken $\Gamma_1^{p-n}$ . . . . .	66
5.4.1.2.1	Avantages de l'intégrale de Bjorken . . . . .	66
5.4.1.2.2	Données disponibles . . . . .	68
5.4.2	Comparaison des données et des calculs . . . . .	68
5.4.3	Résultat sur $\Gamma_2$ . . . . .	69
5.4.3.1	Résultat sur $\Gamma_2^n$ . . . . .	69
5.4.3.2	Résultat sur $\Gamma_2^p$ . . . . .	69
5.4.3.3	Conclusion . . . . .	70
5.5	Polarisabilités de spin généralisées : $\gamma_0$ , $\delta_{LT}$ . . . . .	70
5.5.1	Résultats sur le neutron . . . . .	71
5.5.2	Résultats sur le proton . . . . .	72
5.5.3	Analyse en isospin de $\gamma_0$ . . . . .	74
5.6	Résultats sur $d_2$ . . . . .	74
5.7	Analyse des termes de twists supérieurs dans $\Gamma_1$ et $g_1$ . . . . .	76
5.7.1	Méthode d'analyse . . . . .	77
5.7.2	Résultats et discussion . . . . .	78
5.7.3	Comparaison avec la théorie . . . . .	79
5.7.4	Conclusion . . . . .	81
5.7.5	Études systématique de la convergence de la série en twists. . . . .	81
5.7.6	Extraction des twists supérieurs dans $g_1$ . . . . .	82
5.7.7	Polarisabilités de couleurs électrique et magnétique . . . . .	83
5.8	Étude des twists supérieurs dans $g_2$ . . . . .	83

5.8.1	Étude de $g_2$ dans le DIS . . . . .	83
5.8.2	Étude de $g_2$ dans les résonances . . . . .	85
5.8.2.1	Résultats de RSS . . . . .	85
5.8.2.2	Résultats de E01-012 . . . . .	86
5.8.2.3	Résultats de E97-110 et E94010 . . . . .	86
5.9	Étude de la dualité parton-hadron . . . . .	90
5.9.1	Dualité sur la fonction de structure $g_1$ . . . . .	90
5.9.2	Dualité dans les asymétries $A_1$ et $A_2$ . . . . .	91
5.9.3	Dualité globale . . . . .	91
5.9.3.1	Étude de la dualité sur $\tilde{\Gamma}_1^p$ et $\tilde{\Gamma}_1^d$ . . . . .	95
5.9.3.2	Étude de la dualité globale sur $\tilde{\Gamma}_1^n$ et $\tilde{\Gamma}_1^3\text{He}$ . . . . .	95
5.10	Conclusion: Les connaissances acquises à JLab sur la structure en spin du nucléon et cohérence de ces résultats . . . . .	96
5.10.1	Résultats des expériences à haute énergie . . . . .	96
5.10.2	Image émergente de la structure en spin nucléon . . . . .	97
5.10.3	Questions en attente . . . . .	98
5.10.4	Résultats de JLab . . . . .	99
5.10.4.1	Les informations sur les corrélations entres partons . . . . .	99
5.10.4.2	Les informations dans le domaine des grands $x$ . . . . .	100
5.10.4.3	Les informations sur les différentes contributions au spin du nucléon . . . . .	100
5.10.4.4	La transition entre les descriptions fondamentale et effective de l'interaction forte . . . . .	101
5.10.4.5	La modélisation de la structure du nucléon . . . . .	101
5.10.4.6	Information sur le neutron . . . . .	102
<b>6</b>	<b>Un exemple d'application: <math>\alpha_s</math>, la constante de couplage forte</b>	<b>103</b>
6.1	$\alpha_s(Q^2)$ dans le domaine perturbatif . . . . .	103
6.2	$\alpha_s$ dans le domaine non perturbatif . . . . .	104
6.3	Résumé . . . . .	106
<b>7</b>	<b>Perspectives</b>	<b>108</b>
7.1	Mesures sur le neutron ( $^3\text{He}$ ) à bas $Q^2$ (Hall A) . . . . .	108
7.2	Mesures sur le proton et deutéron (hall B) . . . . .	108
7.3	Mesures sur le proton et deutéron à bas $Q^2$ (hall B) . . . . .	109
7.4	Mesures sur le proton à grand $Q^2$ (hall C) . . . . .	110
7.5	Résultats après l'augmentation d'énergie à 12 GeV . . . . .	111
7.6	Conclusion . . . . .	115



## préface

Les expériences qui ont eu lieu dans les Hall A et B du Thomas Jefferson National accelerator Facility (Virginie, Etats-Unis) auxquelles j'ai collaboré ont fourni la plus grande partie des résultats présentés dans ce document. Signalons l'importante contribution des personnes suivantes : le Dr. L. S. Cardman (directeur du programme de physique), le Dr. C. W. de Jagger (directeur du Hall A) et les Dr. B. Mecking et V. Burkert (directeurs du Hall B) qui ont joué un rôle de premier plan dans le déroulement des expériences conçues, proposées puis dirigées par leurs portes-parole. Ceux-ci sont pour le Hall A : Prof. T. D. Averett, Prof. G. D. Cates, Dr. Jian-Ping Chen, Prof. Seonho Choi, Dr. F. Garibaldi, Prof. W. Korsch, Prof. N. Liyanage, Prof. Z-E. Meziani et Prof. P. A. Souder. Ajoutons une mention particulière pour Jian-Ping Chen, organisateur de la "collaboration  $^3He$ " du Hall A avec qui j'ai le privilège de collaborer étroitement. J'ai également eu l'avantage et le plaisir de travailler pour Gordon Cates durant mon posdoc à l'Université de Virginie. Zein-Eddine Meziani m'a encouragé constamment par l'exemple de son enthousiasme et de son expertise. Citons aussi dans le Hall B les portes-parole des expériences étudiant la structure en spin du nucléon : Dr. M. Battaglieri, Dr. V. Burkert, Prof. D. G. Crabb, Dr. R. DeVita, Prof. G. E. Dodge, Prof. S. Kuhn, Prof. R. C. Minehart, Dr. M. Ripani et Dr. M. Tauti.

Citons encore ma collaboration avec le Dr. H. Avakian, le Dr. P. Bosted et le prof. K. Griffioen quand aux résultats du Hall B. Par son excellence, Peter Bosted se montre particulièrement exemplaire.

Mes analyses et interprétations des résultats des halls A et B ont bénéficié des conseils des Dr. H. Avakian, Dr. P. Bertin, Dr. P. Bosted, Prof. S. J. Brodsky, Dr. V. Burkert, Dr. J-P. Chen, Prof. S. V. Gardner, Prof. W. Korsch, Dr. W. Melnitchouk, Prof. P. Tandy et Dr. C. Weiss.

La majeure partie du travail de préparation et d'analyse est assurée par les étudiants et posdocs des expériences. J'ai aussi eu le plaisir de collaborer avec Seonho Choi, S. Jensen, I. Kominis, K. J. Slifer, Xiaochao Zheng, K. M. Kramer, Jaideep Singh et V. A. Sulkosky dans le Hall A, et R. de Vita, R. H. Fatemi, T. A. Forest, V. Dharmawardane et Y. Prok dans le Hall B.



## Remerciements

Je tiens à remercier le Dr. Barbara Erazmus, directrice du programme de physique hadronique au CNRS pour avoir m'avoir fait l'honneur de présider le jury de la thèse d'habilitation. Je remercie également l'ensemble du jury, le Dr. Volker Burkert, directeur du Hall B de Jefferson Lab, le professeur Pierre Henrard, directeur de l'École doctorale de l'Université Blaise Pascal, le professeur Charles Hyde, le Dr. Bernard Michel, directeur du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand durant une partie des expériences et actuellement directeur du groupe sonde électromagnétique, et le professeur Marc Vanderhaeghen.

Volker Burkert, Charles Hyde et Marc Vanderhaeghen, ayant accepté d'être rapporteurs, je leur suis redevable de leurs corrections et suggestions qui ont considérablement amélioré le manuscrit.

Je remercie encore Volker Burkert de m'avoir permis de travailler sur mon habilitation et Bernard Michel qui, outre son rôle d'examineur, s'est occupé de mon dossier de candidature et des aspects administratifs de l'habilitation.

Pierre Bertin m'a encouragé à entreprendre l'habilitation puis, lors de sa rédaction, l'a relu et discuté attentivement. Ce document n'existerait pas sans son rôle central, ou serait au mieux d'une qualité bien inférieure. Mes discussions avec Pierre ont été bénéfiques pour la compréhension et la clarification des sujets discutés.

Je sais gré à Patricia Solvignon pour m'avoir communiqué ses résultats expérimentaux et pour avoir relu la partie du manuscrit y ayant trait. Je remercie de même Karl Slifer et Vincent Sulkosky pour m'avoir transmis certains résultats préliminaires présentés dans ce document.

Je remercie Claude Deur pour sa lecture approfondie du manuscrit qui a permis d'améliorer ses passages les plus abstrus et de transformer un style pesant et rudimentaire en une écriture plus acceptable.

J'exprime finalement ma reconnaissance à Valérie Monciardini pour son aide concernant le manuscrit, et à Xiaochao Zheng, Pierre Bertin, Alexandre Camsonne, Jian-Ping Chen, Anne-Marie Deur, Charles Hyde, Carlos, Muñoz-Camacho et Vincent Sulkosky pour leur aide lors de la préparation de la soutenance.

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Problématique

La description fondamentale des phénomènes naturels repose sur un petit nombre d'éléments : des particules fondamentales (six quarks et six leptons se répartissant en trois familles), quatre interactions par lesquelles ces particules interagissent si elles possèdent la charge adéquate, et un champ à l'origine de la masse des particules fondamentales. Parmi les quatre interactions de la nature, (électromagnétique, gravitationnelle, nucléaire forte et nucléaire faible), seule l'interaction forte ne possède pas de description complète dans le domaine expérimentalement accessible. La théorie de jauge de l'interaction forte est la chromodynamique quantique (QCD, *Quantum Chromodynamique*). Elle décrit l'interaction des quarks. Ils portent chacun une charge de "couleur" : bleu, vert ou rouge, qui engendre leur couplage par interaction forte. Celle-ci se fait par échanges de gluons, les bosons associés aux champs de couleurs. La théorie de QCD est bien comprise et bien testée dans le domaine des petites distances grâce à sa propriété dite de *liberté asymptotique*. Celle-ci impose que, contrairement aux interactions électromagnétique et gravitationnelle, l'interaction forte décroît quand deux charges de couleur se rapprochent. On peut donc appliquer à petite distance, ou de façon équivalente à grande énergie, le formalisme perturbatif pour résoudre QCD. Le cas exceptionnel des petites distances est important car il a permis de valider QCD comme la théorie fondamentale correcte de l'interaction forte. Néanmoins, les aspects non-perturbatifs de QCD gouvernent la plupart des phénomènes naturels puisque ceux-ci sont caractérisés par des énergies petites par rapport à celles mises en jeu dans le domaine de QCD perturbatif (pQCD). De plus on rencontre, même dans le domaine perturbatif, des quantités non-perturbatives, par exemple les *fonctions de structures*. C'est pourquoi, en règle générale, pQCD ne peut pas faire de prédictions absolues sur des observables mais seulement prédire leur évolution avec un changement d'énergie (ou de distance). Pour une compréhension complète de l'interaction forte et de la matière qui nous entoure, il est donc indispensable de comprendre QCD dans son domaine non-perturbatif. L'exemple le plus spectaculaire de mécanisme non-perturbatif

encore incompris est le confinement des quarks.

Une conséquence de la liberté asymptotique est le fait que les quarks sont de plus en plus liés quand la distance qui les sépare devient grande. En conséquence<sup>1</sup>, les quarks ainsi confinés dans le nucléon réagissent de façon de plus en plus cohérente quand la distance sondée devient grande. Cela entraîne l'émergence de degrés de liberté effectifs, par exemple les baryons et les mésons<sup>2</sup>. Ceux-ci remplacent alors les degrés de liberté fondamentaux de QCD (quarks et gluons). L'émergence de nouveaux degrés de liberté plus pertinents associés à une théorie effective est commune en physique, par exemples la théorie de Fermi pour l'interaction faible à grande distance, la physique moléculaire où l'interaction effective est l'interaction de Van Der Waals qui agit sur des degrés de liberté effectifs (atomes), ou encore l'optique géométrique dont le degré de liberté est le rayon lumineux. Même hors du domaine de la physique, toute science se basant sur des processus naturels propose une théorie effective dans laquelle la complexité des phénomènes fondamentaux a été simplifiée par l'introduction de degrés de liberté qui intègrent les effets sous-jacents devenus non pertinents à plus grande échelle. Par exemple la biologie prends racine dans la chimie qui apparaît elle même comme la théorie effective de la physique atomique qui utilise en partie des degrés de liberté effectifs (les noyaux). On voit l'importance de comprendre la connexion entre la théorie fondamentale et les théories effectives afin d'unifier de façon satisfaisante notre connaissance du monde en un seul socle théorique. Un axe de recherche important dans l'étude de QCD s'inscrit dans ce contexte : comprendre la connexion entre la description fondamentale de la matière nucléaire en termes de quarks et gluons et sa description effective en termes de baryons et mésons.

L'objet naturel pour étudier QCD est le noyau puisque sa structure est déterminée par l'interaction forte. Une première étape étudie sa structure sans prendre en compte le degré de liberté de spin des particules. Cela simplifie la théorie et surtout l'aspect expérimental. La prise en compte du spin permet d'étendre les contraintes expérimentales. Elle a été rendue possible par les progrès techniques constants sur les sources et cibles polarisées.

La distance pertinente pour l'étude de la transition entre la description fondamentale et celle effective de l'interaction forte est l'échelle du nucléon : c'est évidemment sous cette distance qu'a lieu la transition entre le nucléon apparaissant comme la somme de quarks libres (degrés de liberté fondamentaux) d'une part et le nucléon apparaissant comme un objet cohérent (degré de liberté effectif) d'autre part. En se limitant aux noyaux les plus simples : proton, deutéron ou  $^3\text{He}$  (utilisés pour l'étude du neutron) on évite les complications telles que la modification de la structure du nucléon suivant la taille des noyaux (pour les petites distances, c'est la modification des fonctions de structures du nucléon : *l'effet EMC*. Pour les grandes distances, la modification des facteurs de forme).

L'objet de ce document est d'exposer l'exploration de la structure en spin du nucléon

---

<sup>1</sup>L'accroissement de la constante de couplage  $\alpha_s(d)$  avec la distance  $d$  n'est en fait que le premier ingrédient nécessaire au confinement. Un autre élément nécessaire est la non-linéarité de QCD : les gluons possèdent des charges de couleurs et s'attirent pour former des *tubes de flux* qui tiennent les quarks confinés. Ces tubes de flux ne peuvent se former que si les gluons interagissent et si  $\alpha_s$  est suffisamment grand.

<sup>2</sup>Ces derniers véhiculent une interaction nucléaire résiduelle (effective) entre les baryons.

où celui-ci est utilisé comme laboratoire pour l'étude de l'interaction forte et en particulier l'apport de Jefferson Lab à cette étude.

## 1.2 Moyen d'étude

Pour regarder l'intérieur du nucléon on utilise un faisceau de particules : leptons ou hadrons. L'interaction entre une particule du faisceau et le nucléon se fait par émission de bosons qui servent de sonde. L'énergie et la virtualité des bosons permettent de contrôler les échelles de temps et de distance auxquelles on sonde. L'usage du faisceau de particules est donc simplement la création d'un faisceau secondaire de particules virtuelles. Nous discuterons ici de résultats obtenus en utilisant une *sonde électromagnétique*, i.e. générée par un faisceau de leptons. Elle possède de nombreux avantages :

- L'interaction, de faible intensité ( $\alpha \simeq 1/137$ ), ne perturbe pas trop le nucléon et permet de l'étudier en profondeur, contrairement à une sonde hadronique ( $\alpha_s \simeq 0.1$  à  $1$ ) qui a tendance à sonder la périphérie du noyau.
- La faiblesse de l'interaction permet l'usage de calculs perturbatifs et la diffusion est dominée par le simple diagramme d'échange d'un photon (*1<sup>ère</sup> approximation de Born*, voir section 2.1.1).
- Elle est bien caractérisée : Le lepton est une particule élémentaire et seule la structure du nucléon cible est inconnue, contrairement au cas d'une sonde hadronique où les structures des particules du faisceau et de la cible sont convoluées dans les résultats.

La faible intensité de l'interaction électromagnétique implique de faibles sections efficaces. L'usage récent d'accélérateurs à haute luminosité comme le Thomas Jefferson Accelerator Facility (JLab) permet de lever cette difficulté. Pour de telles machines, la limite n'est pas la section efficace mais la vitesse à laquelle l'expérience peut engranger les données.

## 1.3 Les multiples visages du nucléon

Comme déjà indiqué, l'énergie et la virtualité des photons échangés permettent de fixer les échelles de temps et de distances. Tout comme pour une photographie sur laquelle un objet apparaît différemment suivant le point de vue adopté, le temps d'exposition et la distance à l'objet photographié, différents aspects du nucléon sont exposés suivant les caractéristiques de la sonde. La figure 1.1 illustre ces différentes apparences. On voit sur la figure qu'en plus des degrés de liberté effectifs déjà cités (hadrons à grandes distances et longs temps, quarks et gluons à petites distances), d'autres émergent également : *quarks constitutants* à temps modérés et grandes distances ou quarks et *cordes de QCD* à temps modérés et petites distances. Suivant la prédominance d'un certain degré de liberté, on dira qu'on se trouve dans tel domaine ou tel régime de QCD, par exemple le régime (ou domaine) des quarks constitutants.

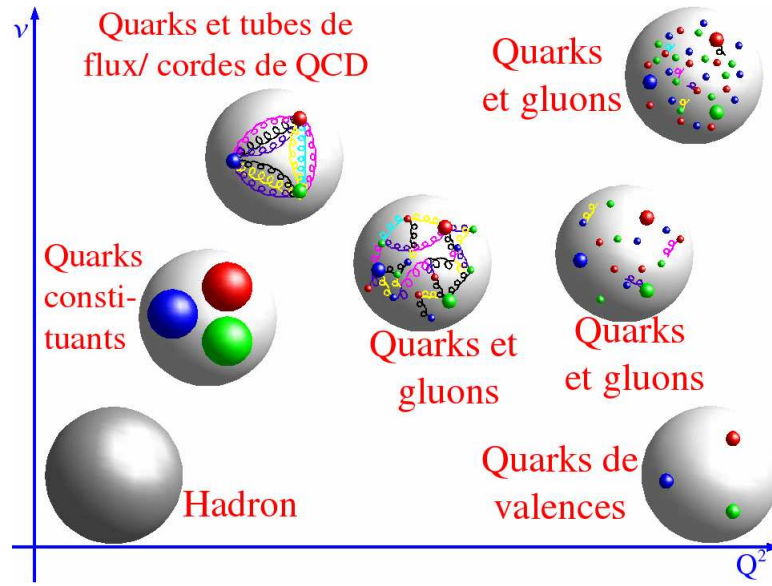


Fig 1.1. Les différents aspects du nucléon en fonction des caractéristiques ( $\nu$  et  $Q^2$ ) de la sonde électromagnétique.  $\nu$  et  $Q^2$  sont respectivement l'énergie et la quadri-impulsion transférés. Ils correspondent grossièrement aux inverses de la distance et du temps caractéristiques de la sonde.

## 1.4 Plan

Dans le chapitre suivant, après les définitions de base, nous expliquons la phénoménologie de la diffusion de leptons et la raison du changement d'aspect du nucléon suivant la caractéristique de la sonde. Le chapitre 3 décrit de façon plus rigoureuse un outil central pour l'étude du spin du nucléon à JLab : les *règles de somme*. Le chapitre 4 expose la situation expérimentale actuelle et le chapitre 5 présente et discute les résultats correspondants. Le chapitre 6 donne un exemple de résultat de l'étude du nucléon sur notre compréhension de QCD. Finalement, le chapitre 7 donne les perspectives expérimentales dans notre domaine de recherche.

# Chapitre 2

## Phénoménologie de la diffusion de leptons

Ce chapitre comporte trois parties. La première rappelle le formalisme de la diffusion de leptons. On s'y occupera du cas de l'électron. Les autres cas (muon et tau) sont identiques, à part ce qui concerne les émissions de photons secondaires (*corrections radiatives*). La seconde décrit la réponse du noyau à l'absorption du photon virtuel constituant la sonde électromagnétique. On y présentera la *diffusion inélastique profonde* (DIS : *Deep Inelastic Scattering*) pour laquelle l'énergie échangée  $\nu$  et la quadri-impulsion de transfert  $Q^2$  sont grandes (typiquement plusieurs GeV et  $\text{GeV}^2$ ). Puis on présentera les réactions à plus bas  $\nu$  et  $Q^2$  en descendant jusqu'à la limite élastique. On y expliquera les mécanismes généraux et les caractéristiques de ce spectre d'excitation. La troisième partie décrit les trois techniques les plus utilisées pour calculer l'interaction forte dans les domaines perturbatif et non perturbatif.

Dans notre document :

- le spin de la cible est de  $1/2$ , sauf quand on discute le deutéron.
- L'interaction faible est négligée.
- On prend  $\hbar = c = 1$ .

### 2.1 La diffusion de leptons

Dans cette section, nous rappelons le formalisme décrivant la diffusion inclusive d'électrons. *Inclusive* signifie que seul l'électron diffusé est détecté. Les interactions impliquées dans la réaction sont :

- L'interaction électromagnétique (régulant la diffusion).
- L'interaction forte (régissant les structures nucléaire et nucléonique).

### 2.1.1 La première approximation de Born

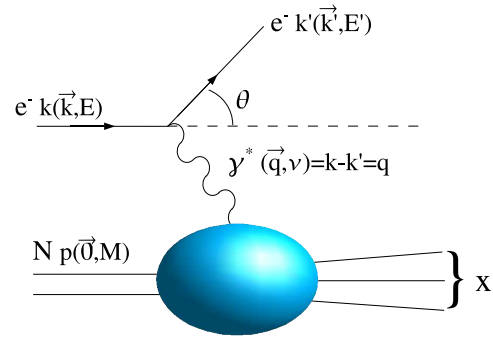
L'interaction électromagnétique d'un lepton avec la cible procède par échanges de photons virtuels. Le premier ordre, i.e. l'approximation à un photon échangé, est généralement utilisé pour décrire la réaction, comme nous l'avons implicitement fait dans l'introduction à ce chapitre. C'est la *première approximation de Born*. Dans le cas de la diffusion d'électrons, pour un calcul plus précis, cette approximation doit être complétée par les graphes d'ordres supérieurs décrivant le *bremsstrahlung* (photons réels émis par l'électron incident ou celui diffusé), les *corrections de vertex* (photons virtuels émis par l'électron incident et absorbé par l'électron diffusé) et la *polarisation du vide* (le photon transmettant l'interaction entre l'électron et le noyau cible se matérialise temporairement en paires virtuelles de particules chargées). Dans certains cas, il faut également prendre en compte la contribution des graphes où l'interaction entre l'électron et le noyau cible est propagée par plusieurs photons (voir par exemple les travaux de P Guichon et M Vanderhaeghen [103]). Cette contribution est négligeable dans notre cadre. On peut appliquer ce traitement perturbatif pour la sonde électromagnétique :  $\alpha \simeq 1/137$ . Ce n'est plus le cas à l'intérieur de la particule cible dont la réponse à l'absorption du photon est régie par l'interaction forte :  $\alpha_s \sim 1$ .

### 2.1.2 Cinématique

Le diagramme de Feynman d'une diffusion inclusive d'un électron sur un noyau est donné, dans la première approximation de Born, dans la figure 2.1.

Le volume représente la réaction non-perturbative de la cible (noyau ou nucléon) à la sonde électromagnétique. La diffusion est inclusive : X n'est pas détecté et peut être :

- La cible entière sans modification de sa structure (réaction élastique).
- Les fragments de la cible avec éventuellement des particules produites lors de la réaction (diffusion inélastique).



L'énergie du photon virtuel est  $\nu \equiv E - E'$ . On utilisera par la suite un repère (figure 2.2) où le noyau est au repos. L'origine est au vertex photon-noyau,  $\vec{z}$  suit la direction du photon virtuel  $\vec{q} \equiv \vec{k} - \vec{k}'$ ,  $\vec{x}$  est dans le plan  $(\vec{k}, \vec{k}')$ .

Dans la figure 2.2  $\vec{S}$  est le spin de la cible,  $\theta^*$  est l'angle polaire du spin de la cible et  $\phi^*$  son angle azimutal.

Pour les diffusions inclusives, deux variables suffisent pour caractériser la réaction (l'exception est la réaction élastique où les deux variables sont corrélées). Durant une expérience

FIG. 2.1 – Diagramme de Feynman au premier ordre pour la diffusion inclusive d'un électron sur un noyau fixe dans le repère du laboratoire.

on utilisera  $\nu$  et l'angle de diffusion  $\theta$ . Deux des invariants relativistes suivants sont utilisés pour décrire la physique la réaction :

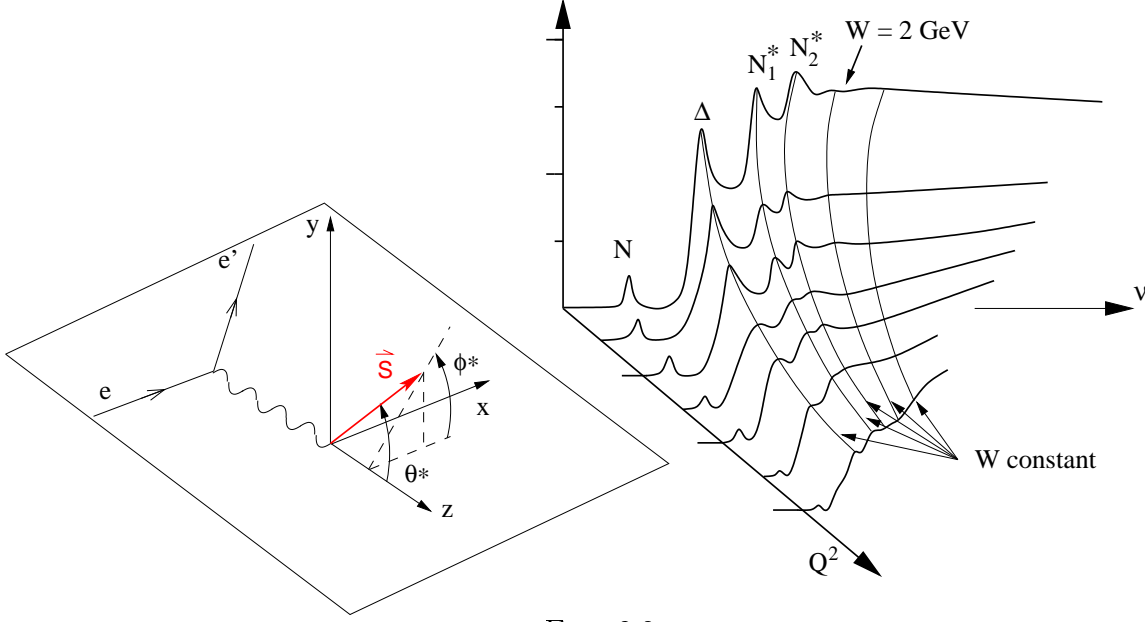


FIG. 2.3 – La réponse du nucléon à l'excitation élec-

FIG. 2.2 – Définitions des angles polaire et azimutal du spin de la cible. Le plan de pics d'excitation (N,  $\Delta$ , ...) change avec  $\nu$  quand  $Q^2$  de l'électron est défini par  $x \otimes z$ . varie. (D'après F Gross [101]).

- La virtualité du photon échangé  $Q^2 \equiv -(k - k')^2 = -q^2$ .  $Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$  pour des électrons ultra-relativistes. Pour un photon réel,  $Q^2 = 0$ .
- La *masse invariante* au carré  $W^2 \equiv (p + q)^2 = M_t^2 + 2M_t\nu - Q^2$  où  $M_t$  est la masse du noyau cible.  $W$  correspond à la masse du système formé après la collision électron-noyau (par exemple un état excité du noyau). Comme le nombre baryonique est conservé, on a  $W \geq M_t$ .
- La *variable de Bjorken*)  $x \equiv \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}$  où  $M$  est la masse du nucléon. Cette variable est introduite dans le contexte de la diffusion inélastique profonde (DIS). L'*invariance d'échelle* dans le DIS est discutée dans la section 2.2.1.2. On a  $0 < x < M_t/M$  car  $W \geq M_t$ ,  $Q^2 > 0$  et  $\nu > 0$ .
- L'énergie perdue relative pour l'électron  $y = \nu/E$ .

Suivant les caractéristiques  $Q^2$  et  $\nu$  du photon sonde, le noyau cible passe par différents états d'excitation. Il est pertinent d'étudier ce spectre d'excitation en fonction de  $W$  plutôt que  $\nu$ . Chaque état d'excitation correspond à une valeur de  $W$ , ce qui n'est pas le cas pour  $\nu$  comme on le voit sur la figure 2.3.



### 2.1.3 Section efficace de la réaction

#### 2.1.3.1 Expression générale de la section efficace

Dans ce qui suit, “hadron” se réfère soit au nucléon, soit au noyau.

L’amplitude de diffusion de la réaction est construite à partir du propagateur du photon et des courants hadronique  $J^\mu$  et leptonique  $j^\nu$ . Ces courants sont conservés aux deux vertex dans la figure 2.1 à cause de l’invariance de jauge. Suivant les règles de Feynman, l’amplitude de diffusion pour un état initial  $i$  et un état final  $f$  est, dans la première approximation de Born :

$$T_{fi} = \langle k' | j^\mu(0) | k \rangle \frac{1}{q^2} \langle P_x | J_\mu(0) | P \rangle \quad (2.1)$$

avec le courant leptonique :

$$j^\mu = e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (2.2)$$

où  $\psi$  est le spineur décrivant l’état de l’électron,  $e$  est sa charge électrique et  $\gamma^\mu$  sont les matrices de Dirac.

L’expression exacte du courant hadronique est inconnue à cause de notre ignorance de la structure du hadron. Cependant, on peut écrire sa forme générale grâce aux contraintes de symétries (invariances sous parité et renversement du temps, hermiticité et conservation du courant). Notre ignorance de la structure hadronique est paramétrée par des fonctions qui sont mesurées, calculées sur un réseau ou modélisées. Ces fonctions sont appelées soit *facteurs de forme* (cas de la diffusion élastique, décrite dans la section 2.2.4), soit *fonctions de réponse* (réaction quasi-élastique, voir section 2.2.4.3) ou encore *fonctions de structure* (DIS, voir section 2.2.1).

La section efficace différentielle  $d\sigma$  est égale à l’amplitude 2.1 au carré multipliée par le facteur de flux des électrons incidents et un facteur d’espace de phase. Ces facteurs cinématiques sont donnés par exemple dans la *Review of Particle Physics* [176].

#### 2.1.3.2 Tenseurs leptonique et hadronique et paramétrisation de la section efficace inclusive

Le *tenseur leptonique* est défini par  $\eta^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \sum j^\mu{}^* j^\nu$  où l’on somme sur tous les états indiscernables du lepton (par exemple les états de spins dans le cas d’expériences non polarisées). Le *tenseur hadronique*  $W^{\mu\nu}$  est défini tel que  $d\sigma \propto |T_{ij}|^2 = \eta^{\mu\nu} \frac{1}{Q^4} W_{\mu\nu}$ .

Dans le cas non polarisé, c’est à dire avec sommation sur tous les états de spins, la section efficace peut se décomposer en six termes de *photoabsorption*. Trois termes résultent des trois états possibles de polarisation du photon virtuel<sup>1</sup>. Les trois autres termes découlent de la

---

<sup>1</sup>Le spin du photon est décrit par un quadri-vecteur. Néanmoins, pour le photon virtuel, seuls trois composantes sont indépendantes à cause de la contrainte d’invariance de jauge.

multiplication des deux tenseurs. Ils dépendent en particulier de l'angle azimutal. Dans le cas d'expériences inclusives, la section efficace est intégrée sur l'angle azimutal et ces termes disparaissent. On a donc (voir par exemple le cours de H Fonvieille [92]) :

$$|T_{fi}|^2 = \frac{e^2}{Q^2(1-\epsilon)} [(w_{RR} + w_{LL}) + 2\epsilon w_{ll}] \quad (2.3)$$

où<sup>2</sup> :

- $w_{ll}$  est le terme longitudinal (non nul uniquement dans le cas des photons virtuels).
- $w_{RR}$  est le terme d'hélicité droite.
- $w_{LL}$  est le terme d'hélicité gauche.
- $\epsilon \equiv 1/(1 + 2(\nu^2/Q^2 + 1)\tan^2(\theta/2))$  est le degré de polarisation du photon virtuel dans l'approximation ultra-relativiste ( $m_e = 0$ ).

Le terme longitudinal peut être isolé en variant  $\epsilon$  (*séparation de Rosenbluth*) mais les termes d'hélicités droite et gauche ne peuvent pas être séparés. La section efficace prends donc finalement la forme :

$$d\sigma \propto |T_{fi}|^2 = \frac{e^2}{Q^2(1-\epsilon)} [w_T + 2\epsilon w_L] \quad (2.4)$$

La section efficace inclusive totale non polarisée s'exprime donc en termes de deux *sections efficaces partielles* de photoabsorption<sup>3</sup>,  $\sigma_L$  et  $\sigma_T$ . Dans le cas de la diffusion inélastique doublement polarisée<sup>4</sup> inclusive, on a besoin de deux paramètres supplémentaires :  $\sigma_{TT}$  et  $\sigma'_{LT}$  (la raison pour le prime de  $\sigma'_{LT}$  est expliquée ci dessous). Le terme  $\sigma_{TT}$  est dû à l'interférence des deux directions de polarisations transverses possibles pour le photon virtuel et  $\sigma'_{LT}$  vient de la partie imaginaire<sup>5</sup> de l'amplitude d'interférence longitudinale-transverse.

## 2.2 Spectre de diffusion

Nous allons décrire maintenant le spectre de diffusion pour une expérience inclusive et donner la section efficace pour chaque type de diffusion. Nous commencerons par la diffusion inélastique profonde puisque c'est le domaine où la structure du nucléon est bien comprise. Nous remonterons ensuite jusqu'à l'autre extrémité du spectre, vers la diffusion élastique.

---

<sup>2</sup> $l$ ,  $R$  et  $L$  ne sont pas des indices de Lorentz mais réfèrent simplement à l'état de polarisation du photon.

<sup>3</sup>La pertinence de cette paramétrisation en terme de quantités relatives à l'absorption du photon virtuel s'explique par le fait que les leptons créent le flux de photons virtuels sondant la cible.

<sup>4</sup>doublement polarisée : la cible et le faisceau sont tous les deux polarisés

<sup>5</sup>La partie réelle, qui produit  $\sigma_{LT}$ , disparaît car dans une expérience inclusive on intègre automatiquement sur tous les angles définis par les variables décrivant les hadrons produits lors de la réaction. Pour une expérience exclusive ou semi-exclusive,  $\sigma_{LT}$  réapparaît (voir par exemple la revue de V Burkert et H Li [53]).

## 2.2.1 Diffusion inélastique profonde (DIS)

### 2.2.1.1 Mécanisme

Le domaine cinématique du DIS est habituellement défini par  $W > 2 \text{ GeV}$  et  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ . Le DIS s'interprète comme la diffusion de l'électron par un quark : l'énergie et la virtualité du photon sont suffisamment grandes pour sonder les composants du nucléon.

Une propriété particulière de QCD est la *liberté asymptotique*, exprimant que l'interaction quark-quark croît avec la distance. En conséquence, les effets de l'interaction fortes vue par une sonde de haute résolution (faibles distances) peuvent se traiter perturbativement et il est alors possible de mener des calculs. Dans la limite où l'énergie et la virtualité du photon sont infinies, le DIS se décrit comme la diffusion (élastique, puisque les quarks sont sans structure) d'électrons sur des quarks et antiquarks libres. C'est le *domaine de Bjorken* :  $\nu \rightarrow \infty$ ,  $Q^2 \rightarrow \infty$ , avec  $x = Q^2/2M\nu$  fini.

Indépendamment de la résolution de la sonde, le quark sondé interagit sans arrêt avec les quarks qui forment le reste du nucléon et dont les interactions sont non-perturbatives. Ce sont ces interactions qui déterminent la structure du nucléon. Ainsi, si le mécanisme de diffusion des électrons par les quarks peut être calculé de façon perturbative, les distributions des positions et impulsions des quarks (et gluons) à l'intérieur du nucléon sont, elles, de natures non-perturbatives. Ces distributions doivent donc être paramétrées par des fonctions de structure comme expliqué dans la section 2.1.3.1.

### 2.2.1.2 Invariance d'échelle de Bjorken (*Bjorken Scalling*)

Le DIS s'interprète dans le domaine de Bjorken comme la diffusion élastique d'électrons par des quarks ponctuels et libres. En se basant sur le fait que, dans les processus hadroniques, les fonctions de réponse s'expriment en fonction de  $x$  et  $Q^2/M^2$  (en particulier, la diffusion nucléaire élastique a une importante dépendance en  $Q^2/M^2$ , avec  $M$  l'échelle de masse typique pour le hadron) et aussi qu'il n'y a pas d'échelle de masse typique similaire à  $M$  dans le cas du DIS, J Bjorken a prédit que les fonctions de structure doivent dépendre uniquement de  $x$ . On s'attend ainsi à l'invariance des fonctions de structure avec  $Q^2$ . Elle a été vérifiée par Taylor et al [166].

### 2.2.1.3 Formalisme

Nous avons vu à la fin de la section 2.1.3.2 que la description de la diffusion inclusive doublement polarisée des électrons par un noyau nécessite quatre fonctions de structure. On introduit les *fonctions de structure non polarisées*<sup>6</sup>  $F_1(Q^2, \nu)$  et  $F_2(Q^2, \nu)$ . Par le *théorème optique* (voir section suivante), on montre que  $F_1$  est proportionnelle à l'amplitude de diffusion d'un photon transverse. On utilise parfois  $F_L = F_2/2x - F_1$  qui est proportionnelle à l'amplitude

---

<sup>6</sup>A ne pas confondre avec les facteurs de forme de Pauli et Dirac de la diffusion nucléaire élastique, voir section 2.2.4.2).

de diffusion d'un photon virtuel purement longitudinal. On désigne par  $g_1(Q^2, \nu)$  et  $g_2(Q^2, \nu)$  les *fonctions de structure polarisées*.  $g_1$  est proportionnelle à l'asymétrie de diffusion de photons transverses. On définit  $g_t = g_1 + g_2$  qui est proportionnelle à l'amplitude de diffusion d'un photon virtuel transverse dans l'état initial et longitudinal dans son état final (il existe un photon dans l'état final puisqu'on interprète le DIS avec le théorème optique cf Figure 2.4).

La contraction des tenseurs hadronique et leptonique amène, dans le cas où la cible est polarisée suivant la direction du faisceau (voir par exemple le livre de R Roberts [147]) :

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \right)_{\parallel} = \sigma_{mott} \left[ \frac{F_1(Q^2, \nu)}{E'} \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{2E'F_2(Q^2, \nu)}{M\nu} \pm \frac{4}{M} \tan^2 \frac{\theta}{2} [(E + E' \cos \theta) \frac{1}{\nu} g_1(Q^2, \nu) - \gamma^2 g_2(Q^2, \nu)] \right] \quad (2.5)$$

où  $+/-$  correspond au cas où l'hélicité de l'électron est parallèle/antiparallèle à la direction du faisceau et où  $\gamma^2 \equiv \frac{Q^2}{\nu^2}$ .  $\sigma_{mott}$  est la section efficace de diffusion triviale sur un objet ponctuel et infiniment lourd.

$$\sigma_{mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \equiv \sigma_{Mott} \quad (2.6)$$

On sépare ainsi la dynamique correspondant à la diffusion sur un objet ponctuel de la partie qui nous intéresse et qui contient les informations sur la structure de la cible.

Si la polarisation de la cible est perpendiculaire à la direction du faisceau et est dans le plan de diffusion de l'électron, on a :

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \right)_{\perp} = \sigma_{mott} \left[ \frac{F_1(Q^2, \nu)}{E'} \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{2E'F_2(Q^2, \nu)}{M\nu} \pm \frac{4}{M} \tan^2 \frac{\theta}{2} E' \sin \theta \left( \frac{1}{\nu} g_1(Q^2, \nu) + \frac{2E}{\nu^2} g_2(Q^2, \nu) \right) \right] \quad (2.7)$$

(la partie non polarisée est évidemment commune dans les formules 2.5 et 2.7). En combinant les formules 2.5 et 2.7, on peut obtenir la section efficace pour n'importe quelle direction de polarisation de la cible (dans le plan leptonique).

De ces formules on déduit les deux asymétries relatives de sections efficaces :

$$A_{\parallel} \equiv \frac{\sigma^{\downarrow\uparrow} - \sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\downarrow\uparrow} + \sigma^{\uparrow\uparrow}} = \frac{4 \tan^2 \frac{\theta}{2} [(E + E' \cos \theta) \frac{1}{\nu} g_1(Q^2, \nu) - \gamma^2 g_2(Q^2, \nu)]}{M \left[ \frac{F_1(Q^2, \nu)}{E'} \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{2E'F_2(Q^2, \nu)}{M\nu} \right]} \quad (2.8)$$

$$A_{\perp} \equiv \frac{\sigma^{\downarrow\Rightarrow} - \sigma^{\uparrow\Rightarrow}}{\sigma^{\downarrow\Rightarrow} + \sigma^{\uparrow\Rightarrow}} = \frac{4 \tan^2 \frac{\theta}{2} E' \sin \theta \left( \frac{1}{\nu} g_1(Q^2, \nu) + \frac{2E}{\nu^2} g_2(Q^2, \nu) \right)}{M \left[ \frac{F_1(Q^2, \nu)}{E'} \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{2E'F_2(Q^2, \nu)}{M\nu} \right]} \quad (2.9)$$

Où  $\downarrow$  et  $\uparrow$  représentent l'hélicité du faisceau,  $\Downarrow$  et  $\Uparrow$  la direction de la polarisation longitudinale de la cible et  $\Rightarrow$  l'orientation transverse de la polarisation de la cible. Ces asymétries sont celles directement mesurées lors des expériences.

### 2.2.1.4 Asymétries de photo-absorption

Comme mentionné à la fin de la section 2.1.3.2, la sonde est le photon virtuel et il est donc plus pertinent de considérer les *asymétries de photo-absorption*. Celles-ci sont formées à partir des asymétries mesurées  $A_{\parallel}$  et  $A_{\perp}$ .

La section efficace de photo-absorption est liée par le *théorème optique*<sup>7</sup> à la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion Compton virtuelle vers l'avant comme illustré sur la figure 2.4.

Sur les dix amplitudes Compton conservant le moment angulaire, seules quatre sont indépendantes à cause de la symétrie de parité et de l'invariance sous l'inversion du temps. On utilise en générale les *sections efficaces partielles*<sup>8</sup> suivantes, voir par exemple le livre de R Roberts [147] :

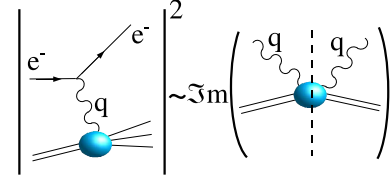


FIG. 2.4 – Théorème optique.

$$\sigma_{T,3/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{M\kappa} [F_1(Q^2, \nu) - g_1(Q^2, \nu) + \gamma^2 g_2(Q^2, \nu)] \quad (2.10)$$

$$\sigma_{T,1/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{M\kappa} [F_1(Q^2, \nu) + g_1(Q^2, \nu) - \gamma^2 g_2(Q^2, \nu)] \quad (2.11)$$

$$\sigma_{L,1/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{M\kappa} \left[ -F_1(Q^2, \nu) + \frac{M}{\nu} \left( 1 + \frac{1}{\gamma^2} \right) F_2(Q^2, \nu) \right] \quad (2.12)$$

$$\sigma'_{TL,3/2} = \frac{4\pi^2\alpha}{\kappa} \frac{\gamma}{\nu} [g_1(Q^2, \nu) + g_2(Q^2, \nu)] \quad (2.13)$$

L'expression du flux de photons virtuels est proportionnelle à  $\kappa$ , "l'énergie équivalente du photon virtuel". Celle-ci est arbitraire. Elle doit seulement tendre vers l'énergie du photons réel  $\kappa_{reel} = \nu$  quand  $Q^2 \rightarrow 0$ . La convention de Gilman propose  $\kappa = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$ . Une autre largement utilisée est celle de Hand :  $\kappa = \nu - Q^2/(2M)$ . On a normalisé les sections efficaces partielles 2.10 à 2.13 par l'énergie équivalente du photon virtuel  $\kappa$ . En effet, la section efficace totale, qui est proportionnelle au produit du flux de photons virtuels par une combinaison des sections efficaces partielles, doit être indépendante de  $\kappa$  puisque c'est une observable.

On définit les combinaisons :

- $\sigma_T \equiv (\sigma_{T,1/2} + \sigma_{T,3/2})/2 = \frac{8\pi^2\alpha}{M\kappa} F_1$
- $\sigma_{TT} \equiv (\sigma_{T,1/2} - \sigma_{T,3/2})/2 = \frac{4\pi^2\alpha}{M\kappa} (g_1 - \gamma^2 g_2)$
- $\sigma_L \equiv \sigma_{L,1/2}$
- $\sigma_{LT'} \equiv \sigma_{LT',3/2}$

<sup>7</sup>De façon générale, la dispersion d'un faisceau quelconque (représentée par un index imaginaire en optique ou par une section efficace dans notre cas) est liée à l'amplitude de transition. Cela découle de l'*unitarité* d'une réaction (conservation de la probabilité). Le théorème exprime le fait que la partie dispersive d'un processus (la section efficace) est proportionnelle à la partie imaginaire de l'amplitude de transition. Le cas est semblable à l'optique classique où des indices de milieu complexes sont introduits pour traduire la diffusion de la lumière dans un milieu imparfaitement transparent. Cela explique le nom du théorème.

<sup>8</sup>L'appellation section efficace est abusive car ces quantités peuvent être négatives et sont dépendantes de la convention du flux de photons virtuels.

- $R \equiv \frac{\sigma^L}{\sigma^T} = \frac{1+\gamma^2}{2x} \frac{F_2}{F_1} - 1$

et les deux asymétries :

- $A_1 \equiv \frac{\sigma^{TT}}{\sigma^T}$

- $A_2 \equiv \frac{\sigma^{TL}}{\sqrt{2}\sigma^T}$  et  $|A_2| \leq R$ , puisque<sup>9</sup>  $|\sigma^{TL}| < \sqrt{\sigma^T \sigma^L}$

On relie ces asymétries à celles mesurées par :

$$A_{\parallel} = D(A_1 + \eta A_2) \quad (2.14)$$

$$A_{\perp} = d(A_2 - \zeta A_1) \quad (2.15)$$

où :

- $D \equiv \frac{1-\epsilon E'/E}{1+\epsilon R}$

- $d \equiv D \sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}}$

- $\eta \equiv \frac{\epsilon \sqrt{Q^2}}{E-\epsilon E'}$

- $\zeta \equiv \eta \frac{1+\epsilon}{2\epsilon}$

Avec le degré de polarisation du photon virtuel  $\epsilon$  donné par l'équation 2.4.

### 2.2.1.5 Extraction des fonctions de structures

Les fonctions  $g_1$  et  $g_2$  peuvent être extraites soit à partir de la mesure des asymétries relatives  $A_1$  et  $A_2$ , soit à partir des mesures des différences de sections efficaces  $\Delta \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}_{\parallel}$  et  $\Delta \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}_{\perp}$ . Les expériences de JLab se servant des deux techniques, nous les exposons brièvement ci-dessous. Le choix de la meilleur méthode dépend de la nature de l'expérience.

**2.2.1.5.1 Extraction par les asymétries relatives** Cette méthode est la plus simple sur le plan expérimental : seules des mesures relatives sont nécessaires et les facteurs de normalisation<sup>10</sup> de la section efficace disparaissent au premier ordre. Les incertitudes systématiques sont donc minimisées. Néanmoins on a besoin de bien connaître les fonctions de

---

<sup>9</sup>Il existe une contrainte plus sévère : *La limite de Soffer* [159] basée également sur les contraintes de positivité. La positivité contraint aussi les autres fonctions de structure et leurs moments, e.g. :  $|g_1| \leq F_1$ .

<sup>10</sup>Acceptance, flux des électrons incidents, densité de la cible et inefficacités de détection ou d'acquisition.

structure  $F_1$  et  $F_2$  (ou de façon équivalente  $F_1$  et leur rapport  $R$ ). De plus, les mesures doivent être corrigées de tout matériau non polarisé vu par les détecteurs. Cela ajoute deux erreurs systématiques supplémentaires à l'erreur systématique d'origine expérimentale.

D'après les équations précédentes, on a :

$$A_1 = \frac{g_1 - \gamma^2 g_2}{F_1} \quad (2.16)$$

$$A_2 = \frac{\gamma(g_1 + g_2)}{F_1} \quad (2.17)$$

ce qui donne finalement :

$$g_1 = \frac{F_1}{1 + \gamma^2} [A_1 + \gamma A_2] = \frac{y(1 + \epsilon R)F_1}{(1 - \epsilon)(2 - y)} [A_{\parallel} + \tan(\theta/2)A_{\perp}] \quad (2.18)$$

$$g_2 = \frac{F_1}{1 + \gamma^3} [A_2 - \gamma A_1] = \frac{y^2(1 + \epsilon R)F_1}{2(1 - \epsilon)(2 - y)} \left[ \frac{E + E' \cos \theta}{E' \sin \theta} A_{\perp} - A_{\parallel} \right] \quad (2.19)$$

**2.2.1.5.2 Extraction par les différences de sections efficaces** Cette méthode présente l'avantage d'éliminer toutes les contributions venant de matériaux non polarisés. De plus, elle ne requière pas de modèles pour  $F_1$  et  $F_2$ . Cependant, il est plus délicat d'extraire des quantités absolues ce qui augmente l'erreur systématique expérimentale. D'après les équations 2.5 et 2.7 on a :

$$\Delta\sigma_{\parallel} \equiv \frac{d^2\sigma^{\downarrow\uparrow}}{dE'd\Omega} - \frac{d^2\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2}{MQ^2} \frac{E'}{E} \left[ \frac{g_1}{\nu} (E + E' \cos \theta) - Q^2 \frac{g_2}{\nu^2} \right] \quad (2.20)$$

$$\Delta\sigma_{\perp} \equiv \frac{d^2\sigma^{\downarrow\Rightarrow}}{dE'd\Omega} - \frac{d^2\sigma^{\uparrow\Rightarrow}}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2}{MQ^2} \frac{E'^2}{E} \sin \theta \left[ \frac{g_1}{\nu} + 2E \frac{g_2}{\nu^2} \right] \quad (2.21)$$

Cela amène :

$$g_1 = \frac{M\nu Q^2}{8\alpha^2 E'(E + E')} 2E [\Delta_{\parallel} + \tan(\theta/2)\Delta_{\perp}] \quad (2.22)$$

$$g_2 = \frac{M\nu^2 Q^2}{8\alpha^2 E'(E + E')} \left[ \frac{E + E' \cos \theta}{E' \sin \theta} \Delta_{\perp} - \Delta_{\parallel} \right] \quad (2.23)$$

## 2.2.2 Le modèle des partons

### 2.2.2.1 DIS dans la limite de Bjorken

Dans la limite de Bjorken le nucléon est décrit comme composé de partons (quarks, antiquarks et gluons) libres. L'interaction forte ne se manifeste que par le fait que ces partons possèdent des distributions particulières de positions et impulsions. L'électron diffuse de façon incohérente sur un quark ou antiquark libre et ponctuel (les gluons n'ont pas de charge électrique. Ils sont également absents dans la limite de Bjorken puisque les quarks sont libres). Dans cette description et en supposant certaines distributions de partons  $q_{+/-}$ , le tenseur hadronique est calculable et est similaire au tenseur leptonique. C'est le *modèle des partons*, introduit par R Feynman [89] et appliqué au DIS par J Bjorken et E Paschos [37]. Les masses, impulsions transverses et composantes de spin transverses sont négligées. Après intégration sur les impulsions des quarks et sommation sur leurs saveurs on peut comparer le tenseur obtenu avec le tenseur hadronique paramétré avec les fonctions de structure. On obtient alors les expressions des fonctions de structure en fonction des distributions des quarks, voir par exemple les lectures de A Manohar [133] (on rappelle que dans la limite de Bjorken, les fonctions sont indépendantes de  $Q^2$ ) :

$$F_1(Q^2, \nu) \rightarrow F_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [q_{i+}(x) + q_{i-}(x) + \bar{q}_{i+}(x) + \bar{q}_{i-}(x)] \quad (2.24)$$

$$F_2(Q^2, \nu) \rightarrow F_2(x) = 2xF_1(x) \quad (2.25)$$

$$g_1(Q^2, \nu) \rightarrow g_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2}{2} [q_{i+}(x) - q_{i-}(x) + \bar{q}_{i+}(x) - \bar{q}_{i-}(x)] \quad (2.26)$$

$$g_2(Q^2, \nu) \rightarrow g_2(x) = 0 \quad (2.27)$$

où  $i$  est la saveur des quarks,  $e_i$  leur charge et  $q_{i+}(x)$  ( $q_{i-}(x)$ ) la probabilité qu'un quark de saveur  $i$  ayant son spin aligné (anti-aligné) avec le spin du nucléon ait une impulsion  $xP$  (dans un repère où le nucléon a une impulsion  $P$  infinie).

On définit les distributions de partons non polarisées  $q_i(x) \equiv q_{i+}(x) + q_{i-}(x)$  et celles polarisées  $\delta q_i(x) \equiv q_{i+}(x) - q_{i-}(x)$ . Elles sont extraites des données inclusives dans le DIS et sont présentées sur la figure 2.5.

Le modèle explique naturellement :

- L'invariance d'échelle de Bjorken : Les fonctions de structure ne dépendent que de la variable de Bjorken  $x$ .
- La relation dite de Callan-Gross [55] :  $F_2 = 2xF_1$ , c'est à dire que  $F_L = 0$  (pas d'absorption de photons longitudinaux dans le régime DIS du fait de la conservation de l'hélicité).
- Une interprétation de  $x$  : C'est la fraction de l'impulsion du nucléon portée par le quark diffuseur dans le repère d'impulsion infinie.



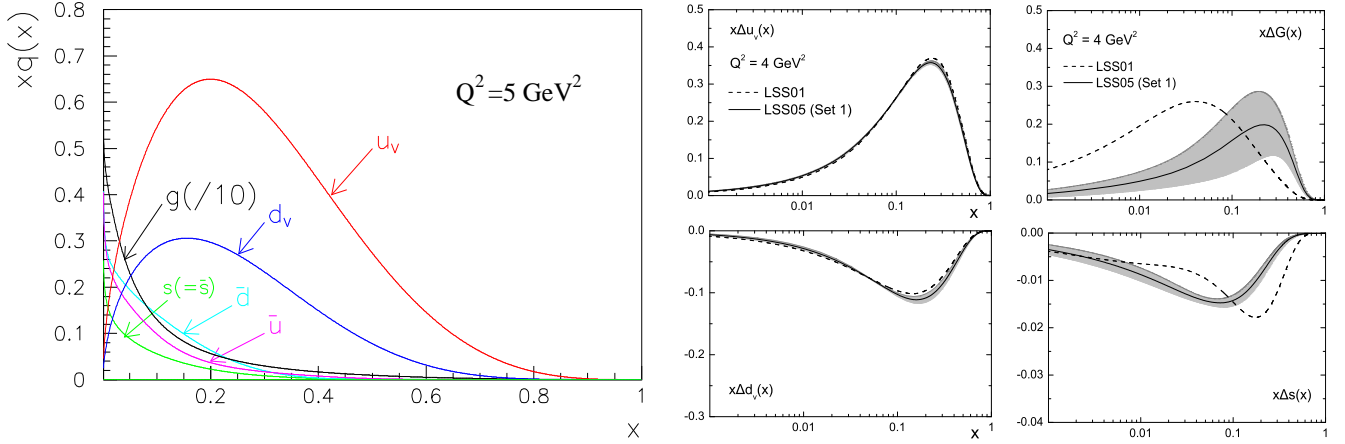


FIG. 2.5 – A gauche : Distributions de partons non polarisées en fonction de  $x$  pour le proton d'après la collaboration CTEQ [146]. Les *quarks de valence*, c'est à dire le contenu en quarks du nucléon quand toutes les paires quark-antiquarks sont exclues, sont dénotés  $u_v$  et  $d_v$ . Les distributions des quarks de la mer de Dirac sont dénotées  $\bar{u}$  et  $\bar{d}$  (on suppose que les distributions des quarks et antiquarks de la mer de Dirac sont les mêmes pour une saveur donnée). La distribution des gluons  $g$  est divisée par 10 sur la figure. A droite : Distributions de partons polarisées pour le proton d'après Leader, Stamenov et Sidorov [126]

Le modèle des partons montre que seulement deux fonctions de structure sont nécessaires pour décrire le nucléon dans la limite de Bjorken.  $g_2$  apparaît quand  $Q^2$  n'est pas infini à cause de l'interaction entre quarks, de leurs impulsions et spins transverses qui sont négligés dans le modèle.

Pour les expériences pratiquées aux énergies disponibles à Jefferson Lab (quelques GeV), on est uniquement sensible aux trois saveurs les plus légères. On a donc pour le proton et le neutron :

$$F_1^p(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right) \quad (2.28)$$

$$g_1^p(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{9}(\delta u(x) + \delta \bar{u}(x)) + \frac{1}{9}(\delta d(x) + \delta \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(\delta s(x) + \delta \bar{s}(x)) \right) \quad (2.29)$$

$$F_1^n(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{9}(u(x) + \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(d(x) + \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(s(x) + \bar{s}(x)) \right) \quad (2.30)$$

$$g_1^n(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{9}(\delta u(x) + \delta \bar{u}(x)) + \frac{4}{9}(\delta d(x) + \delta \bar{d}(x)) + \frac{1}{9}(\delta s(x) + \delta \bar{s}(x)) \right) \quad (2.31)$$

où les distributions de partons  $u(x)$ ,  $\bar{u}(x)$ ,  $d(x)$ ,  $\bar{d}(x)$ ,  $s(x)$ ,  $\bar{s}(x)$ ,  $\delta u(x)$ ,  $\delta \bar{u}(x)$ ,  $\delta d(x)$ ,  $\delta \bar{d}(x)$ ,  $\delta s(x)$ , et  $\delta \bar{s}(x)$  sont les distributions à l'intérieur du *proton*.

### 2.2.2.2 QCD perturbative à $Q^2$ fini

Les expériences sont réalisées à  $Q^2$  et  $\nu$  finis. Les quarks diffuseurs n'apparaissent plus comme complètement libres, les gluons entrant en jeu, et l'invariance d'échelle de Bjorken est violée. Les graphes de Feynman à l'ordre dominant impliquant des gluons sont présentés dans la figure 2.6.

Les calculs des amplitudes incluant les radiations de gluons existent jusqu'au troisième ordre (*next to next leading order*, NNLO [97]) en général et des estimations existent jusqu'au cinquième ordre dans certains cas, tels par exemple *l'intégrale de Bjorken* [111] (voir section 3.3). Ces émissions de gluons sont similaires aux émissions de photons (corrections radiatives de QED) et sont donc nommées corrections radiatives de pQCD<sup>11</sup>. Dans la figure 2.6 le graphe 1 est équivalent à la correction de vertex. Les graphes 2 sont équivalents au bremsstrahlung et les graphes 3 à la polarisation du vide. Les équations correspondant à ces corrections sont les équations DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi) [98]. Ce formalisme prédit correctement (mis à part les cas extrêmes  $x \rightarrow 0$  et  $x \rightarrow 1$ ) la dépendance en  $Q^2$  des fonctions de structure dans le DIS. On notera néanmoins que, en général, pQCD ne prédit que la dépendance en  $Q^2$  et non la valeur absolue des fonctions de structure qui sont des quantités non perturbatives comme expliqué précédemment (section 2.2.1.1). Le domaine des grands  $x$  fait exception (voir section 5.1). Les résultats intuitifs de DGLAP sont retrouvés de façon plus formelle grâce au *développement de produit d'opérateurs*, objet de la section 2.3.1.

### 2.2.3 La région des résonances

Quand l'énergie et la virtualité du photon décroissent, le nucléon répond au photon de façon de plus en plus cohérente pour finalement réagir comme un ensemble rigidement lié. Avant d'arriver à la réaction élastique sur l'état de base du nucléon, on peut diffuser sur un état cohérent de masse supérieure à celle du nucléon dans son état fondamental. On quitte le domaine du DIS pour entrer dans la *région des résonances*. Ces résonances sont des états excités de spin ou de moment du nucléon. Ils se désintègrent ensuite par émissions de mésons (et beaucoup plus rarement par émissions de photons). Les résonances sont classifiées en deux groupes : le premier d'isospin 1/2 (résonances  $N^*$ ) et le second d'isospin 3/2 (résonances  $\Delta^*$ ).

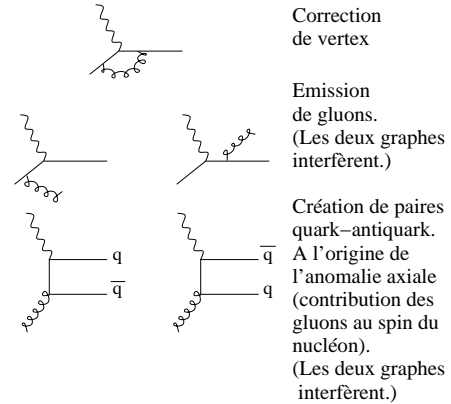


FIG. 2.6 – Corrections radiatives de QCD (ordre dominant).

<sup>11</sup>Tout comme dans QED, des divergences infrarouges et ultraviolettes apparaissent et les calculs doivent être régularisés puis renormalisés. La régularisation dimensionnelle est souvent employée pour pQCD (*minimal subtraction scheme*,  $\overline{MS}$ ).

La nomenclature des résonances vient de la structure de la diffusion  $\pi N$ . Pour une résonance  $L_{2I2J}$  :

- $L=S$  (pour  $l=0$ ),  $P$  ( $l=1$ ),  $D$  ( $l=2$ ),  $F$  ( $l=3$ ) est le moment orbital dans le canal  $\pi N$ .
- $I=1/2$  où  $3/2$  est l'isospin.
- $J=|L \pm 1/2|$  est le moment angulaire total.

Dans le modèle des quarks constituants<sup>12</sup>, le nucléon dans son état fondamental a deux quarks constituants de spins anti-alignés, voir figure 2.7.

Le premier état excité est  $P_{33}$ , nommé aussi  $\Delta_{1232}$  ( $M_\Delta=1232$  MeV) où les trois spins des quarks constituants sont alignés. Le  $\Delta$  possède ainsi un spin de  $3/2$ . Il est également caractérisé par un isospin de  $3/2$ . La transition du nucléon vers le  $\Delta$  est donc, du point de vue le plus simple (symétrie de masse  $SU(6)=SU(3)_{saveur} \otimes SU(2)_{spin}$ ), décrite comme un renversement de spin (et d'isospin), c'est à dire par une transition magnétique<sup>13</sup> de type dipolaire  $M_{1+}$ . La résonance  $\Delta$  est particulièrement importante car c'est la seule résonance clairement identifiable dans le spectre de diffusion inclusif. Elle est aussi celle qui possède la plus forte section efficace. On s'attend donc à ce qu'elle soit la contribution majeure dans les moments des fonctions de structure en spin.

A cause de leurs masses voisines et leurs faibles durées de vie (i.e. grandes largeurs en  $W$ ), les résonances de masses supérieures se recouvrent et peuvent difficilement être distinguées individuellement. Elles se regroupent en quatre régions dont la forme et le  $W$  moyen varient légèrement avec  $Q^2$  suivant l'évolution en  $Q^2$  des contributions relatives des résonances individuelles. La seconde région (la première région est le  $\Delta_{1232}$ ), située autour de  $W \simeq 1.5$  GeV contient  $N(1440) P_{11'}$  (résonance de Roper),  $N(1520) D_{13}$  et  $N(1535) S_{11}$  qui domine usuellement sur les deux premières. La troisième région, autour de  $W \simeq 1.7$  GeV, comprend  $\Delta(1600)P_{33}$ ,  $N(1680)F_{15}$ ,  $N(1710)P_{11}$ ,  $N(1720)P_{13}$ ,  $\Delta(1620)S_{31}$ ,  $N(1675)D_{15}$ ,  $\Delta(1700)D_{33}$ ,  $N(1700)D_{13'}$  et  $N(1650)S_{11'}$ . La quatrième région se situe autour de  $W \simeq 1.9$  GeV et contient  $\Delta(1905)F_{35}$ ,  $\Delta(1920)P_{33}$ ,  $\Delta(1910)P_{31}$ ,  $\Delta(1930)D_{35}$  et  $\Delta(1950)F_{37}$ . D'autres résonances ont été identifiées au delà de 2 GeV mais on ne peut les distinguer dans une expérience inclusive à cause du recouvrement de leurs largeurs et de l'importance de la *diffusion non-cohérente* qui s'apparente au mécanisme du DIS. Cette composante non-résonante est attendue par la théorie car elle est nécessaire pour satisfaire l'unitarité de la matrice  $S$  dans la région des résonances.

Les formules de sections efficaces données pour la diffusion dans le DIS sont toujours valables pour la région des résonances. Seule diffère l'interprétation des fonctions de structure.

<sup>12</sup>Dans ce modèle, le baryon est simplement représenté par trois *quarks constituants* de masse  $M/3$  et responsables des propriétés du baryon. Le modèle est amélioré en ajoutant l'échange d'un gluon entre quarks (*correction hyperfine*). Ce type de modèle a été construit afin d'expliquer la spectroscopie de masses des hadrons et il la reproduit assez fidèlement.

<sup>13</sup>Les expériences ont montré qu'il existe aussi une faible composante électrique quadrupolaire  $E_{1+}$  ( $E_{1+}/M_{1+} < 0.01$  à  $Q^2=0$ .) violant  $SU(6)$  et qui peut être interprétée comme la déformation des distributions de charge et courant du  $\Delta$  par rapport à une distribution sphérique. La nomenclature pour les amplitudes multipolaires longitudinales (dites aussi scalaires)  $S_{l\pm}$  et transverses  $E_{l\pm}$  et  $M_{l\pm}$  est donnée e.g. dans la revue de V Burkert et H Li [53] page 1050. Cette petite composante ainsi qu'une faible composante scalaire  $S_{1+}$  sont prédites par le modèle des quarks constituants amélioré en prenant en compte l'échange à un gluon (voir la section 5.1).

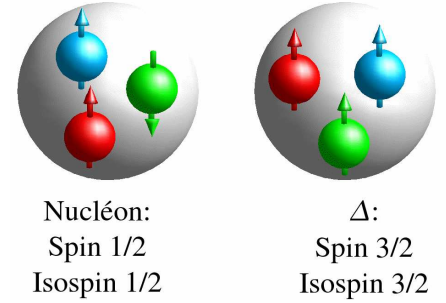


FIG. 2.7 – La structure en spin du nucléon et du  $\Delta$  d'après le modèle des quarks constituants.

## 2.2.4 Diffusion élastique et quasi-élastique

### 2.2.4.1 Mécanisme de la diffusion élastique

Lors d'échanges de photons de faibles énergies et faibles  $Q^2$ , aucun état de la cible ne peut être excité et la diffusion cohérente se fait sur l'état fondamental. L'impulsion transférée est partagée entre tous les composants du noyau cible. Celui-ci demeure intact et sa structure n'est pas modifiée. L'énergie du photon virtuel passe entièrement dans le recul de cible. Cette énergie peut être calculée en appliquant la conservation de la quadri-impulsion au système électron-cible :

$$E - E_{el} \equiv \nu_{el} = \frac{Q^2}{2M} \quad (2.32)$$

L'énergie de l'électron diffusé est donc :

$$E' = \frac{E}{1 + 2(E/M)\sin^2(\theta/2)} \quad (2.33)$$

Pour un noyau composé de plusieurs nucléons, la diffusion élastique peut se dérouler soit sur le noyau lui même (dans les équations 2.32 et 2.33,  $M$  est alors la masse du noyau) soit sur un nucléon individuel. Dans ce cas, la structure nucléaire est perturbée (le noyau se brise) et on parle de *diffusion quasi-élastique*<sup>14</sup>. On discutera en détail la diffusion quasi-élastique dans la section 2.2.4.3.

### 2.2.4.2 Section efficace élastique

La section efficace élastique doublement polarisée peut s'écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} Z^2 \left[ \left( \frac{Q^2}{\vec{q}^2} \right)^2 R_L(Q^2, \nu) + \left( \tan^2(\theta/2) - \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\vec{q}^2} \right) R_T(Q^2, \nu) \pm \Delta(\theta^*, \phi^*, E, \theta, Q^2) \right] \quad (2.34)$$

où  $\sigma_{Mott}$  est donnée par l'équation 2.6 et  $Z$  est la charge électrique du noyau.  $R_L$  et  $R_T$  sont respectivement les fonctions de réponse longitudinale et transverse du noyau générées par les polarisations longitudinale et transverses du photon virtuel.  $\Delta$  est l'asymétrie absolue de la section efficace élastique et  $\pm$  est le signe de l'hélicité du faisceau. La formule, d'après T Donnelly et A Raskin [78], est :

$$\Delta = - \left( \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{Q^2}{\vec{q}^2}} + \tan^2 \frac{\theta}{2} R_{T'}(Q^2) \cos \theta^* - \frac{\sqrt{2} Q^2}{\vec{q}^2} \tan \frac{\theta}{2} R_{TL'}(Q^2) \sin \theta^* \cos \phi^* \right) \quad (2.35)$$

---

<sup>14</sup>A ne pas confondre avec la "diffusion quasi-élastique" de neutrinos qui est une diffusion élastique avec échange de charge, i.e une diffusion élastique par boson  $W^{+/-}$  plutôt que  $Z^0$ .

On donne maintenant les expressions des sections efficaces pour les cibles utilisées dans les expériences qui nous concernent.

**2.2.4.2.1 Cas du nucléon** Dans le cas particulier où le noyau est un nucléon longitudinalement polarisé, on écrit la section efficace sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} (W_2 + 2W_1 \tan^2(\theta/2)) \times \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\tau W_1}{(1+\tau)W_2 - \tau W_1} \frac{2M}{\nu} + \sqrt{\frac{W_1}{\tau((1+\tau)W_2 - \tau W_1)} \frac{2\tau M}{\nu} + 2(1+\tau)\tan^2(\theta/2)}} \right) \quad (2.36)$$

avec le terme de recul  $\tau \equiv Q^2/(4M^2)$ . On a factorisé la section efficace en un terme non polarisé (formule de Rosenbluth) et le terme polarisé qui suit le  $\pm$  (asymétrie relative longitudinale).

Le courant hadronique est généralement paramétré avec les facteurs de forme de Sachs  $G_E(Q^2)$  et  $G_M(Q^2)$  plutôt qu'avec  $W_1$  et  $W_2$ . On les définit comme :

$$W_1(Q^2) = \tau G_M(Q^2)^2 \quad (2.37)$$

$$W_2(Q^2) = \frac{G_E(Q^2)^2 + \tau G_M(Q^2)^2}{1 + \tau} \quad (2.38)$$

Ces facteurs de forme s'interprètent, sous certaines conditions et dans l'approximation non relativiste, comme les transformées de Fourier des distributions de charges (pour  $G_E$ ) et de courants (pour  $G_M$ ) à l'intérieur du nucléon.

On utilise aussi parfois les facteurs de forme de Dirac et Pauli  $F_1(Q^2)$  et  $F_2(Q^2)$  (à ne pas confondre avec les fonctions de structure du DIS, cf section 2.2.1) :

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \tau \kappa F_2(Q^2) \quad (2.39)$$

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + \kappa F_2(Q^2) \quad (2.40)$$

**2.2.4.2.2 Cas du deutéron** Le deutéron est un noyau de spin 1. Trois facteurs de forme sont nécessaires pour décrire la section efficace élastique doublement polarisée :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_M \frac{E'}{E} [A(Q^2) + B(Q^2) \tan^2(\theta/2) +$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} P_{zz} \left( \frac{3\cos^2(\theta^*) - 1}{2} T_{20} - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin(2\theta^*) \cos(\phi^*) T_{21} + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin^2(\theta^*) \cos(2\phi^*) T_{22} \right)] \quad (2.41)$$

où la polarisation du deuteron  $P_{zz}$  est définie par  $P_{zz} = n_+ + n_- + 2n_0$  où  $n_i$  est la population pour la valeur  $i$  de l'état du spin du deuteron et où les cinq facteurs  $A$ ,  $B$ ,  $T_{20}$ ,  $T_{21}$  et  $T_{22}$  peuvent être exprimés en fonction des trois facteurs de forme de charges monopolaire ( $G_c$ ), quadrupolaire ( $G_D$ ) et magnétique dipolaire ( $G_M$ ) :

$$A = G_c^2 + \frac{8}{9}\tau^2 G_Q^2 + \frac{2}{3}\tau G_M^2 \quad (2.42)$$

$$B = \frac{4}{3}\tau(1 + \tau)G_M^2 \quad (2.43)$$

$$T_{20} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{8}{3}\tau G_c G_Q + \frac{8}{9}\tau^2 G_Q^2 + \frac{1}{3}\tau (1 + 2(1 + \tau)\tan^2(\theta/2)) G_M^2 \right] \quad (2.44)$$

$$T_{21} = \frac{2}{\sqrt{3}(A(Q^2) + B(Q^2)\tan^2(\theta/2))\cos(\theta/2)} \tau [\tau + \tau^2 \sin^2(\theta/2)G_M G_c] \quad (2.45)$$

$$T_{22} = \frac{1}{\sqrt{3}(A(Q^2) + B(Q^2)\tan^2(\theta/2))} \tau G_M^2 \quad (2.46)$$

où  $\tau \equiv \frac{Q^2}{4M_D}$ .

**2.2.4.2.3 Cas de l'hélium 3** La section efficace doublement polarisée s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{Mott} \frac{E'}{E} \left( \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2(\theta/2) \right) \times \quad (2.47)$$

$$\left( 1 \pm \frac{2\tau G_M^2 \cos(\theta^*) \tan(\theta/2) \sqrt{\tan^2(\theta/2) + \frac{Q^2}{2M\nu + \nu^2}} + 2\sqrt{2\tau(1 + \tau)} G_M G_E \sin(\theta^*) \cos(\varphi^*) \frac{Q^2}{\sqrt{2}(2M\nu + \nu^2)} \tan(\theta/2)}{\left( \frac{Q^2}{2M\nu + \nu^2} \right)^2 (1 + \tau) G_E^2 + \left( \frac{Q^2}{2M\nu + \nu^2} + 2\tan^2(\theta/2) \right) \tau G_M^2} \right) \quad (2.48)$$

Où les facteurs de forme sont normalisés à la charge de l'He. On utilise parfois les facteurs de forme magnétique et de Coulomb de l' $^3\text{He}$ ,  $F_m$  et  $F_c$ . Ils sont reliés aux fonctions de structure du noyau (A,Z) par (voir par exemple A Amroum et al [17]) :

$$F_c = ZG_E \quad (2.49)$$

$$F_m = \mu_A G_M \quad (2.50)$$

où  $\tau \equiv \frac{Q^2}{4M_A}$  et  $\mu_A$  est le moment magnétique du noyau.

Pour conclure la discussion sur la diffusion élastique, notons que dans ce cas particulier il n'est pas nécessaire d'introduire des "facteurs de forme en spin" lorsqu'on considère des expériences doublement polarisées : les parties non-polarisée et polarisée de la section efficace sont toutes deux paramétrées par les facteurs de forme magnétique et de charge.

### 2.2.4.3 Mécanisme de la diffusion quasi-élastique

Si la cible est un noyau composé (i.e n'est pas un nucléon libre) et l'énergie de transfert  $\nu$  est plus grande que l'énergie de liaison nucléaire mais encore suffisamment petite pour ne pas résoudre les quarks ou exciter un nucléon, les nucléons ne réagissent plus de façon cohérente. L'électron diffuse élastiquement sur un des nucléons et casse la cible. C'est la diffusion quasi-élastique. Son seuil est, par rapport au pic élastique, égal à l'énergie de liaison nucléaire<sup>15</sup>. Contrairement au cas élastique, les centres de diffusion (nucléons) ne sont pas au repos dans le repère du laboratoire. Les nucléons ont des impulsions non-nulles car ils sont liés dans une petite région spatiale ( $\Delta P \Delta x \sim \hbar$ ). Ce *mouvement de Fermi* cause un élargissement de type Doppler du pic quasi-élastique autour de  $Q^2/2M$ , l'énergie transférée dans le cas de la diffusion élastique sur un nucléon libre. Il en résulte une forme à peu près gaussienne de la section efficace avec une largeur d'environ 50 MeV (deutéron) ou 100 MeV/c ( $^3\text{He}$ ). Cette simple description de la diffusion quasi-élastique où le nucléon est quasiment libre (*modèle du gaz de Fermi*) explique qualitativement la valeur de la section efficace quasi-élastique mais ne peut pas prédire les composantes transverse et longitudinale de la section efficace ni les distortions des ailes de la distribution gaussienne. Pour pallier à cela, on abandonne alors l'hypothèse de la quasi-liberté des nucléons pour prendre en compte l'interaction nucléon-nucléon. La façon la plus simple est d'employer le modèle de l'*approximation en onde plane* (PWIA, *Plane Wave Impulse Approximation*) où :

- Les particules incidentes sont décrites par des ondes planes (PW).
- Les nucléons sont dans un champ moyen. L'impulsion du nucléon diffuseur n'est pas modifiée par le champ moyen : les nucléons sont quasiment libres et donc sur couche de masse. Les autres nucléons sont spectateurs de la réaction (IA).

On doit prendre en compte la distribution d'énergie et des impulsions des nucléons. Elle est donnée par la *fonction spectrale*  $P(k, E)$ . Dans l'hypothèse PWIA, le tenseur nucléaire est donc relié au tenseur hadronique (voir par exemple V Pandaripande [144]) :

$$W_{\mu\nu}^A(\vec{q}) = \int d^3k dE P(k, E) \frac{M}{E_k} W_{\mu\nu}(\vec{k}, q) \quad (2.51)$$

où  $E_k$  est l'énergie du nucléon diffuseur après l'interaction. On améliore ensuite le modèle PWIA en prenant en compte :

- Sur les lignes de l'électron : Les corrections Coulombiennes qui distordent l'onde plane représentant l'électron. Ces corrections viennent de l'interaction électromagnétique à grande distance entre l'électron et le noyau qui ne peut plus être approximée à l'échange d'un unique photon dur.

- Sur les lignes des nucléons :

- L'interaction entre le nucléon diffuseur et les débris du noyau (interaction dans l'état final, ou *Final State Interaction* : FSI)

---

<sup>15</sup>2.224 MeV pour le deutéron, 5.49 MeV pour  $^3\text{He}$  (*two body breakup*) et 7.72 MeV pour le *three body breakup* de  $^3\text{He}$ .

- L'échange de mésons entre les nucléons (*Meson Exchange Currents*). Le plus simple est l'échange d'un pion (*One Pion Exchange* : OPE)

## 2.3 Techniques de calculs

La complexité des équations de QCD fait qu'il nous faut développer des méthodes de calculs spécifiques afin de les résoudre. Nous exposons dans cette section les trois principales techniques<sup>16</sup> (développement de produit d'opérateurs, calculs sur réseau et calculs en perturbations chirales). Chacune des techniques couvre un régime de QCD :

- La technique du développement de produit d'opérateurs couvre le domaine de pQCD décrit par les équations DGLAP discutées dans la section 2.2.2.2 et inclut les premières corrections non perturbatives au modèle des partons (corrections en puissances de  $1/Q$ ). Elle est limitée à bas  $Q^2$  par la taille des corrections non perturbatives, la précision avec laquelle la constante de couplage forte est connue et la convergence de la série de  $1/Q^n$ . Cette technique est valide pour typiquement  $Q^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$ .

- Les calculs sur réseau couvrent le régime non perturbatif et le régime perturbatif. Ils sont limités à haute énergie par la taille de la maille  $a$  du réseau (typiquement  $1/a \sim 2 \text{ GeV}$ ) et à basse énergie par la valeur choisie pour la masse du pion (0.3 à 0.5 MeV).

- Les calculs en perturbations chirales. Contrairement aux deux techniques ci-dessus, ces calculs utilisent des degrés de liberté effectifs. Ils sont limités aux petits  $Q^2$  par le fait que les impulsions mises en jeu dans la réaction étudiée doivent être plus petites que la masse du pion (0.14 GeV).

L'amplitude de diffusion Compton vers l'avant est calculable par ces trois techniques. Elle peut être également mesurée à n'importe quel  $Q^2$  grâce à certaines règles de somme que nous décrirons dans le chapitre 3. De telles mesures représentent un aspect important du programme de JLab : Elles permettent d'étudier la connexion entre les différents régimes de QCD.

### 2.3.1 Développement de produit d'opérateurs (OPE)

La technique du développement de produit d'opérateurs (*Operator Product Expansion*, OPE<sup>17</sup>) est utilisée pour calculer formellement la dépendance en  $Q^2$  de fonctions de structure ou autres quantités dans le domaine du DIS ainsi que pour isoler les corrections non-perturbatives qui apparaissent à plus bas  $Q^2$ . Elle permet également d'établir certaines relations, telles celles de Callan-Gross (équation 2.25) ou de Wilczek-Wandzura (équation 3.34)

---

<sup>16</sup>Une autre sera abordée dans le chapitre 6. De nombreux modèles existent également. Nous les décrirons brièvement quand nous comparerons leurs prédictions aux résultats expérimentaux.

<sup>17</sup>L'acronyme OPE est aussi utilisé en physique nucléaire pour désigner les corrections dues à l'échange d'un pion. (*One Pion Exchange*, voir section 2.2.4.3).



et des règles de somme avec leur dépendance en  $Q^2$ .<sup>18</sup>

L'OPE a été imaginée en 1969 par K Wilson [175] comme alternative à la théorie quantique des champs afin de pouvoir mener des calculs non-perturbatifs. L'OPE sépare la partie perturbative d'un produit d'opérateurs locaux (i.e. impliquant des petites distances très inférieures à l'échelle de confinement :  $d \ll 1/\Lambda_{QCD}$ ) de sa partie non-perturbative. Dans la limite des petites distances le produit de deux opérateurs locaux s'écrit :

$$\lim_{d \rightarrow 0} \sigma_a(d) \sigma_b(0) = \sum_k C_{abk}(d) \sigma_k(0) \quad (2.52)$$

Les  $C_{abk}$  sont les *coefficients de Wilson* et contiennent l'information perturbative. Ils sont donc calculables. Les opérateurs  $\sigma_k$  contiennent la partie non-perturbative (il n'y a pas de petit élément  $d$  ou  $\alpha_s(1/d)$  pour un traitement perturbatif). Dans le régime du DIS, ce formalisme est utilisé pour développer un produit de courants, tels ceux introduits dans le calcul de l'amplitude de diffusion Compton, sur une base d'opérateurs locaux. La base d'opérateurs généralement utilisée est donnée par exemple dans les lectures de A Manohar [133]. Tout opérateur  $\sigma_k$  contribue à la section efficace par un facteur  $x^{-n}(M/Q)^{D-2-n}$  où  $n$  est le spin et  $D$  la dimension<sup>19</sup> de l'opérateur. On définit le *twist* d'ordre  $t = D - n$ . L'équation 2.52 est donc une série en puissance de  $1/Q^{2-t}$ . On voit qu'à grand  $Q^2$  le terme de twist  $t = 2$  domine. C'est à cet ordre que le modèle des partons après application des corrections DGLAP est valide. Nous soulignons que, contrairement à ce que l'équation 2.52 pourrait suggérer, la dépendance en  $Q^2$  du terme de twist  $t$  (i.e. les corrections radiatives de QCD) vient principalement de la renormalisation des opérateurs  $\sigma_k$  plutôt que du coefficient de Wilson  $C_{abk}(Q^2)$ .

Quand  $Q^2$  devient petit (typiquement quelques  $\text{GeV}^2$ ) les opérateurs de twists supérieurs doivent être pris en compte. Ces corrections non perturbatives sont de deux sortes :

1. La *correction de masse finie*. Elle est de nature cinématique et on sait en principe calculer cette correction, voir les travaux de J Blümlein et A Tkabladze [40]. On conçoit bien l'existence de cette correction supplémentaire à l'invariance d'échelle de Bjorken en rappelant de l'argument sur lequel cette loi est basée : à  $Q^2 \rightarrow \infty$ , les masses sont négligeables devant  $Q$  et il n'y a pas de distances spécifiques entrant dans la réaction puisque les quarks sont ponctuels. A  $Q^2$  fini cependant, la masse du nucléon (ou de façon équivalente sa taille) n'est plus négligeable devant  $Q^2$ , une échelle apparaît, et on s'attend intuitivement à des corrections en  $M/Q$ .
2. La seconde sorte de twists est de nature dynamique et est due à l'échange de gluons entre partons. Puisqu'elle caractérise la structure du nucléon, elle nous intéresse en premier

---

<sup>18</sup>Les règles de somme sur  $g_1$  et  $g_2$  construites avec l'OPE n'existent que pour les moments impairs. Pour  $F_1$  et  $F_2/2x$ , l'OPE prédit les moments pairs. Cela est dû à la parité des fonctions de structure sous symétries de croisement, voir par exemple les lectures de A Manohar [133] pour une dérivation explicite.

<sup>19</sup>On peut établir facilement celle-ci à partir de son expression en terme de champs et en en considérant l'action de QCD :  $[\int \mathcal{L} d^4x] = [\hbar] = [1]$ .

lieu. Les twists dynamiques reflétant le fait que les quarks sont liés de plus en plus rigidement quand  $Q^2$  faiblit, ceux-ci vont réagir de façon cohérente lorsque l'un d'eux est heurté par le photon virtuel. La quadri-impulsion de transfert est alors répartie entre les quarks par les gluons échangés entre quarks et, dans le cas le plus simple d'un unique gluon échangé avec un propagateur proportionnel à  $1/Q$ , on comprend de nouveau que des corrections en  $1/Q$  apparaissent (ce type d'explication phénoménologique est aussi à l'origine des *règles de comptage* de QCD, voir par exemple les travaux de S Brodsky et G Farrar [46]). Puisque les partons réagissent de façon plus ou moins cohérente (corrélée) au choc du photon, on dit parfois que les termes de twists supérieurs dynamiques reflètent la corrélation entre partons.

Les coefficients de Wilson sont calculés en perturbation. On décrit finalement l'observable  $A$  comme un développement en puissance de twists :  $A = \sum_t \frac{\mu_t}{Q^{t-2}}$ . Le coefficient  $\mu_t$  est lui-même une somme d'éléments de twists  $t'$  cinématiques pour lesquels  $t' \leq t$ . Chaque élément s'écrit comme une série perturbative en  $\alpha_s$  à cause des corrections radiatives de QCD (comme  $\alpha_s$  est aussi un développement en série de  $\beta_i$ , c.f. la *Review of Particle Physics* [176], on a tout compte fait un quadruple développement pour décrire  $A$ ). À cause de leur nature non perturbative, les termes de twists doivent être calculés en utilisant des modèles, des calculs sur réseau, la technique des règles de somme, ou bien encore extraits des données expérimentales. Ce dernier point est discuté en détail dans la section 5.7.

## 2.3.2 Calculs sur réseau

La technique du calcul sur réseau permet de résoudre numériquement QCD. Elle a été introduite par K Wilson en 1974 et constitue actuellement le seul moyen de calcul rigoureux de QCD dans le régime non-perturbatif utilisant les degrés de libertés fondamentaux de QCD. Cette méthode est donc d'une importance capitale pour notre étude. Nous donnons ici les grandes lignes de la méthode et ses limites.

### 2.3.2.1 Techniques de calculs

Les calculs sur réseau utilisent le formalisme des intégrales de chemin développé par R Feynman [88]. Elles nous donnent la probabilité de passer d'un état initial  $|x_i\rangle$  à un état final  $|x_f\rangle$  en sommant sur toutes les trajectoires possibles de l'espace-temps. La somme est pondérée par un facteur dépendant de l'action  $S$  du système. Par exemple pour un système à une dimension, on a le propagateur :

$$\langle x_f | e^{-iHt} | x_i \rangle = \int e^{-iS(x(t))/\hbar} Dx(t) \quad (2.53)$$

Où  $\int Dx$  symbolise l'intégration sur tous les chemins pour lesquels  $x(t_f) = x_f$  et  $x(t_i) = x_i$  et doit être défini formellement, voir par exemple le livre de H-J Rothe [148]. On a exceptionnellement écrit explicitement  $\hbar$  afin de rendre évident le lien entre les intégrales de chemin

(description quantique) et les principes de Fermat/Maupertuis (principes de moindre action) qui spécifient que le chemin classique ( $\hbar \rightarrow 0$ ) correspond à l'action minimum. Le fait que  $\hbar \neq 0$  autorise des excursions hors du chemin classique et est responsable des effets quantiques.

Les intégrales entrant en jeu sont rarement solubles analytiquement. D'autre part pour un espace à 4 dimensions, on a une intégration n-dimensionnelle avec  $n=4 \times$  nombres de chemins possibles. Le nombre de chemins possibles est infini. On doit donc :

- Restreindre le nombre de chemins à un échantillon représentatif.
- Mener une intégration numérique.

Bien que l'on sache résoudre des intégrales d'une dizaine de dimensions par des méthodes numériques standards, il est plus rapide d'utiliser la méthode *Monte-Carlo* dès que le nombre de dimensions dépasse quelques unités. On doit recourir à cette technique pour tous calculs sur réseau.

Il est également plus efficace de travailler dans un système euclidien plutôt que dans l'espace de Minkowski. Cela revient à changer  $t \Leftrightarrow it$  (*rotation de Wick*). Le facteur de pondération devient  $e^{-S_E}$ . Il est plus facile à traiter numériquement que la fonction oscillante  $e^{-iS}$ . Ici,  $S_E$  désigne l'*action euclidienne*<sup>20</sup>

Grâce à ces méthodes, on peut calculer simplement les *fonctions de corrélations* :

$$\langle x_1 \dots x_n \rangle = \frac{\int x_1 \dots x_n e^{-S_E} Dx}{\int e^{-S_E} Dx} \quad (2.54)$$

En particulier, la fonction de corrélation à deux points  $\langle x_1 x_2 \rangle$  représente le propagateur d'une particule (*fonction de Green*). Pour des champs libres (c'est à dire sans interactions), la connaissance de  $\langle x_1 x_2 \rangle$  est suffisante<sup>21</sup> pour résoudre le système. On peut par ailleurs calculer  $\langle x_1 x_2 \rangle$  analytiquement car  $S_E$  est formé de termes de types  $x^2$  et  $(\partial x)^2$  ce qui fait que les intégrales dans l'équation 2.54 sont gaussiennes. Dès que les champs interagissent, des termes en  $\lambda x^4$  et en puissances supérieures apparaissent et les intégrales ne sont plus gaussiennes. On peut alors :

- Retomber sur le cas Gaussien en développant  $e^{\lambda x^4}$ , pourvu que la constante de couplage  $\lambda$  soit suffisamment petite : c'est QED ou QCD perturbatif.
- Soit traiter l'intégrale numériquement : calculs sur réseau.

### 2.3.2.2 Technique de calculs sur réseau par intégration Monte Carlo

La technique de résolution numérique est la suivante :

---

<sup>20</sup>  $S_E = \int \mathcal{L}_E d^4x$  où le *lagrangien euclidien*  $\mathcal{L}_E$  s'écrit en général :  $\mathcal{L}_E = E_c + U$  ( $E_c$  est l'énergie cinétique et  $U$  l'énergie potentielle) plutôt que  $\mathcal{L}_E = E_c - U$  dans l'espace usuel de Minkowski. Le passage de  $e^{-iS}$  à  $e^{-S_E}$  permet également d'utiliser les techniques éprouvées des méthodes numériques de physique statistique. On peut en effet formellement apparenter  $e^{-S_E}$  au facteur de Boltzmann  $e^{-E/k_B T}$ .

<sup>21</sup> Toutes les autres fonctions de corrélations à  $n$  points peuvent être formées à partir de fonctions de corrélations à 2 points (*théorème de Wick*).

On discrétise l'espace (approximation par un réseau) et on génère des chemins qui lient les différents noeuds de l'espace-temps discrétisé. La précision statistique dépend de la racine carrée du nombre de chemins générés. Un chemin est généré avec la probabilité  $e^{-S_E}$  où  $S_E$  est calculé pour ce chemin particulier. Le calcul de la fonction de corrélation revient alors simplement à sommer l'intégrant sur tout les chemins. Puisque leur probabilité d'être générés est  $e^{-S_E}$ , cette simple somme est bien égale à la somme pondérée  $\sum_{chemins} x_1 \dots x_n e^{-S_E} \simeq \int x_1 \dots x_n e^{-S_E} Dx$ .

La technique Monte Carlo est utilisée pour générer les chemins avec le poids approprié  $e^{-S_E}$  : La procédure débute à partir d'un chemin quelconque dont l'action correspondante est  $S_1$ . Le chemin est modifié aléatoirement pour obtenir un nouveau chemin avec une action  $S_2$ . On aura pris soin dans la procédure de générer plusieurs chemins intermédiaires (que l'on ne retient pas) afin d'éviter des corrélations qui biaiserait la procédure. Ce point est important car il limite la précision des calculs comme on l'expliquera dans la section suivante. Au cas où  $S_2 < S_1$  on acceptera ce chemin dans notre échantillonnage. Sinon, on l'acceptera avec la probabilité  $S_2 - S_1$ .

En principe on peut, à ce niveau et pour un champ scalaire, résoudre notre problème. Par exemple, le potentiel entre deux points est donné par la fonction de Green  $\langle x_1 x_2 \rangle$  que l'on calcule par la méthode exposée. Pour une théorie de jauge comme QCD, on doit s'assurer que la symétrie de jauge est bien respectée par la discrétisation sous peine de rendre la résolution du problème insoluble (voir par exemple les lectures de P Lepage [129]). Pour conserver l'invariance de jauge, on définit le champ de jauge,  $A$ , entre les noeuds du réseau, plutôt que sur les noeuds. On peut alors construire la variable de lien  $U_{\vec{\mu}} = \exp \left( -i \int_x^{x+a} \vec{\mu} g A dy \right)$  où  $x$  est un noeud du réseau,  $a$  sa maille,  $\vec{\mu}$  un vecteur élémentaire de l'espace euclidien et  $g$  la constante de couplage du champ.  $U_{\vec{\mu}}$  est explicitement invariant de jauge. On construit alors l'action à l'aide de ces variables explicitement invariantes. Pour la construire, on utilise des *boucles de Wilson*  $U_1 \dots U_n$  pour lesquelles le chemin défini par les liens  $U$  est fermé. On peut montrer simplement que l'action s'exprime comme une somme de boucles de Wilson. Dans la limite où  $a \rightarrow 0$ , la boucle la plus simple (un carré de côté  $a$ ) domine. Comme  $a \neq 0$ , des boucles plus grandes sont introduites. Elles peuvent être vues comme des corrections à l'expression de  $S_E$  discrétisée.

On peut maintenant résoudre QCD, du moins dans le *secteur gluonique* (c'est à dire en l'absence de champs de quarks dynamiques). Les calculs montrent que dans cette approximation, QCD confine. L'introduction de quarks non-statiques dans la théorie la complique à cause de leur nature fermionique, voir par exemple le livre de H Rothe [148], mais on connaît plusieurs moyens de contourner cette complication.

### 2.3.2.3 Limitation des calculs de QCD sur réseau

La technique de QCD sur réseau, bien que très puissante, possède ses limites :

**Ralentissement critique** La précision statistique est limitée par le phénomène de *Ralen-*

*tissement critique* (*critical slowing down*). Ce problème, qui n'est pas spécifique aux calculs sur réseau, provient du fait que, pour un calcul pertinent, la maille du réseau  $a$  doit être bien plus petite que la taille caractéristique des phénomènes que l'on veut étudier. Dans notre cas c'est la fonction de corrélation (plus exactement, la *longueur de corrélation*  $L_c$  définie par la relation  $\langle x_1 x_2 \rangle \sim e^{-x/L_c}$ ). En général,  $L_c$  est très petite, à moins d'être proche d'un point critique. On choisit donc de calculer près de ce point. Cependant, quand  $L_c$  est grand, on doit produire de nombreux chemins intermédiaires avant d'obtenir un chemin décoré du chemin de départ. Cela ralentit d'autant la simulation numérique. Dans le cas de QCD, la précision statistique varie comme  $\left(\frac{L_R}{a}\right)^4 \left(\frac{1}{a} \frac{1}{m_\pi^2 a}\right)$  où  $L_R$  est la taille du réseau. Le premier facteur vient évidemment du nombre de noeuds et le second vient du phénomène de ralentissement critique. On note la présence de la masse du pion au carré.

**Extrapolation à la masse physique du pion** Afin de minimiser le facteur de ralentissement critique  $\left(\frac{1}{a} \frac{1}{m_\pi^2 a}\right)$ , la valeur de  $m_\pi$  est choisie supérieure à la valeur physique. Les calculs sur réseau extrapolent les résultats obtenus à la masse du pion réelle. Une incertitude est associée à cette extrapolation. Primitivement on a d'abord utilisé des extrapolations linéaires à la vue de la dépendance apparemment linéaire des résultats avec  $m_\pi$ . L'extrapolation est maintenant guidée par les calculs en perturbations chirales qui fournissent la dépendance en  $m_\pi$  des observables. Cela a permis de constater que l'extrapolation linéaire était rarement valide. La combinaison des calculs chiraux et sur réseau est un des progrès important récent de la recherche théorique sur QCD.

**Opérateurs locaux** On ne peut calculer facilement que des opérateurs locaux. Cela provient du fait que, pour sélectionner un chemin, on calcule la différence  $S_2 - S_1$ , voir section précédente. Si l'action est locale, cela revient à faire la différence à un noeud du réseau (plus tous les noeuds voisins car  $S$  implique des dérivées). C'est à dire, en 4D, 9 calculs, alors que si l'action n'est pas locale, le calcul au pire doit être fait pour chaque noeud du réseau (un réseau possède facilement une centaine de milliers de noeuds). Le calcul d'un opérateur non-local n'est donc pas possible et certaines observables sont donc incalculables.

**Fonctions de structure et twists supérieurs** Les fonctions de structure ne sont pas directement calculables car elles sont non-locales, voir l'exemple représentatif de  $g_3$ , équation 3.37 : On y voit qu'une fonction de structure dépend du champ de quark  $\psi$  aux points 0 et  $\lambda n$ . Le problème peut être évité en utilisant la technique de l'OPE. On a vu que le développement se fait dans ce cas sur une base d'opérateurs *locaux*. Les quantités calculables sont des courants, par exemple le courant axial des quarks  $\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi$ . Ceux-ci correspondent à des moments de fonction de structure (dans notre exemple  $\Gamma_1 \equiv \int g_1 dx$ ). Pour obtenir la fonction de structure, on calcule tous les moments  $\Gamma_1^n \equiv \int x^{n-1} g_1 dx$  avec  $n$  suffisamment grand et on fait la transformation de l'espace des impulsions à l'espace normal. Cependant, plus le moment est d'ordre supérieur, plus il implique de dérivées (voir par exemple les équations 3.31 et 3.30) et donc devient de plus en plus non-local. On ne peut calculer que les quelques premiers moments sur le réseau ce qui est insuffisant pour obtenir une fonction de structure. Les travaux de M Gockeler [95] montre un exemple de calcul de  $\Gamma_{1,2}^n$  et des

problèmes rencontrés pour  $n = 2$  et 3.

Les termes de twists supérieurs introduits dans la section 2.3.1 présentent le même problème avec une difficulté supplémentaire venant de la procédure de renormalisation. Celle-ci, en introduisant une dépendance supplémentaire en  $Q^2$  (corrections radiatives de QCD, voir figure 2.6), mélange un opérateur de twist  $\tau$  avec les opérateurs de twists inférieurs. Cela peut s'expliquer de la façon suivante : on considère par exemple un opérateur de twist 4. Celui-ci implique le graphe de gauche de la figure 2.8 (le cercle symbolise la résolution de la sonde).

Un changement de  $Q^2$ , c'est à dire de résolution, amène le graphe de droite, qui est de twist 2, à contribuer. La définition du twist étant la différence entre la dimension et le spin de l'opérateur, le facteur de twist 2 contribuant à l'évolution en  $Q^2$  du terme de twist 4 doit être multiplié par un terme en masse au carré afin d'avoir la même dimension. En terme de calcul sur réseau, cela se traduit par un terme en  $1/a^2$  qui diverge quand  $a \rightarrow 0$ . On peut contourner ces difficultés de calculs en utilisant des *règles de somme* qui lient un moment, quel que soit son contenu de twist, à une quantité calculable sur le réseau, à l'exemple de l'amplitude de diffusion Compton.

**Problème du *doubling*** L'inclusion des quark dans les cal-

culs n'est pas simple. Inclure sans précaution un fermion conduit à une multiplication du nombre d'espèces (problème du *doubling*, voir par exemple le livre de H Rothe [148]). On peut résoudre ce problème en brisant la symétrie chirale (voir section 2.3.3), ce sont les méthodes de Wilson ou Ginsparg-Wilson. Il existe une autre méthode, dites des *staggered fermions*, plus compliquée mais qui respecte la symétrie chirale. Ces méthodes ralentissent notablement les calculs. Afin de gagner du temps, on peut utiliser l'approximation de *quenching* discutée ci-dessous.

**L'approximation de *quenched QCD*** Après inclusion des fermions, l'action de QCD prend la forme  $S_e = S_G - \ln(\det K)$  où  $S_G$  provient du champ des gluons et  $K$  s'apparente à l'opérateur de l'équation de Dirac. Pour simplifier les calculs, on peut poser  $\ln(\det K) = 0$ . Cela revient à négliger la dynamique des fermions et donc à ignorer les effets de création de paires par le vide de QCD. Cette approximation a souvent été utilisée dans le passé mais on procède maintenant à des calculs sur réseau qui n'y ont pas recours. La comparaison de résultats *quenched* et *unquenched* montre que l'approximation de *quenched QCD* n'est pas toujours justifiée.

**Limitation à haute énergie** Les impulsions impliquées dans les calculs sur réseau sont automatiquement coupées pour  $p \gtrsim 1/a$  c'est à dire à quelques GeV. Cela ne pose pas de problème car on peut alors employer les calculs de pQCD. Le domaine où pQCD et les calculs sur réseau sont valides l'un et l'autre permet de fixer la procédure de renormalisation des

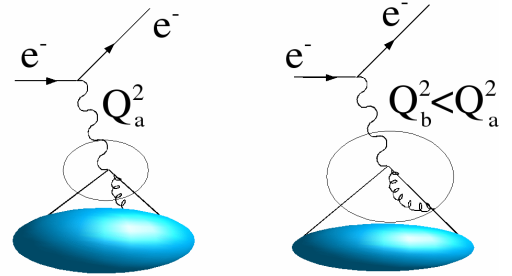


FIG. 2.8 – Mécanisme mélangeant les twists.

calculs sur réseau.

**Limite de la taille du réseau** La simulation doit posséder une maille  $a$  suffisamment petite pour atteindre le domaine de pQCD et un nombre de noeuds tel que le temps de calcul soit raisonnable. Cela impose une taille du réseau limitée. Elle doit toutefois englober largement le système étudié pour éviter les effets de bord.

### 2.3.3 Calculs en perturbations chirales.

La théorie des perturbations chirales est une approximation dans laquelle les masses des quarks, des pions et les impulsions des particules réelles sont négligeables par rapport à la masse du nucléon. L'intérêt de cette théorie dans notre domaine est qu'elle fournit des résultats rigoureux à bas  $Q^2$ . Elle permet d'étendre à des  $Q^2$  non-nuls les règles de somme dérivées à  $Q^2=0$ , telles que la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn ainsi que les règles de somme de polarisabilités. Les premiers calculs de ces règles de somme ont été effectués par V Bernard, N Kaiser et U Meissner [28], [29], [30] puis par X Ji et J Osborne [116], [115] et C W Kao, T Spitzenberg et M Vanderhaeghen [117].

#### 2.3.3.1 Chiralité

Soit le lagrangien d'une particule de spin 1/2,  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi$ . On peut définir le spineur gauche de Dirac  $\psi_g$  par  $P_g\psi = \psi_g$  avec  $P_g = (1 - \gamma_5)/2$  l'opérateur projetant sur l'état d'hélicité gauche. De la même façon, on définit  $\psi_d$  avec  $P_d = (1 + \gamma_5)/2$ . Si  $m = 0$  alors  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_d$  avec  $\psi_l$  ( $\psi_d$ ) vecteur propre de  $\mathcal{L}_g$  ( $\mathcal{L}_d$ ) : Le lagrangien se découple en deux lagrangiens indépendants. Ainsi, on distingue deux classes symétriques de particules avec hélicité droite ou gauche. C'est la symétrie chirale, réalisée approximativement pour les quarks et presque parfaitement pour les neutrinos.

#### 2.3.3.2 QCD et symétrie chirale

Si les quarks n'ont pas de masse alors  $\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_d$ . Des bosons de Goldstone de masse nulle sont générés par la brisure spontanée de la symétrie. La faible masse du pion comparée à celles des autres hadrons ainsi que son spin-parité, identifient le pion au boson de Goldstone. La masse non nulle des quarks entraîne une masse pion non nulle. Les calculs sont effectués en ajoutant le terme perturbatif  $\bar{\psi}m\psi$  brisant la symétrie chirale de  $\mathcal{L}_{QCD}$ . Les calculs à bas  $Q^2$  se font à partir d'un lagrangien effectif qui reproduit la symétrie chirale de QCD (et ses autres symétries). Le lagrangien est effectif car il est construit à partir de champs de hadrons, les degrés de liberté effectifs de QCD à basse énergie. Le développement perturbatif se fait en fonction de  $\frac{m_\pi}{m_N}$ , de la masses des quarks ou de l'impulsion des particules réelles impliquées dans la réaction. Toutes ces quantités doivent rester petites afin d'appliquer le développement perturbatif. Celui-ci est valide pour  $Q^2 \leq m_\pi^2$ .

## 2.4 Résumé

On a décrit le spectre inclusif de la réaction de leptons sur un noyau et le formalisme sous-jacent. Ces réactions peuvent être utilisées pour comprendre les aspects non-perturbatifs de QCD.

Considérer une réaction inclusive amène des simplifications tant théoriques qu'expérimentales. On peut aller plus loin et sommer sur toutes les réactions (c'est à dire intégrer sur  $W$  ou de façon équivalente sur  $x$ ) pour former des moments de fonctions de structure. Ces moments peuvent être reliés à des observables caractérisant le nucléon ou le noyau cible par des relations appelées *règles de somme*. Celles-ci offrent des opportunités uniques d'études de l'interaction forte car elles fournissent des relations valables quel que soit  $Q^2$ . Elles permettent ainsi de tester les trois méthodes de calculs utilisées pour résoudre QCD : à bas  $Q^2$  les calculs en perturbations chirales, à moyen  $Q^2$  les calculs sur réseau et à grand  $Q^2$  l'OPE.

Nous donnons dans le chapitre suivant certaines de ces règles de somme et le détail de leurs fondations théoriques.



# Chapitre 3

## Règles de somme

Les règles de somme portant sur la structure en spin du nucléon offrent une importante opportunité d'étudier QCD. Récemment, la règle de somme de Bjorken [36], valide à grand  $Q^2$ , et la règle de somme de Gerasimov, Drell et Hearn (GDH) [94, 83], valide à  $Q^2 = 0$ , ont été l'objet d'études poussées autant expérimentales<sup>1</sup> que théoriques<sup>2</sup>. Cette classe de relations comprend les règles de somme reliant des intégrales sur les fonctions de structure en spin (ou, de façon équivalente, les sections efficaces polarisées de photoabsorption) à certaines propriétés statiques du nucléon.

Une seconde classe de règles de somme existe. Elle comprend la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn généralisée [116, 18] ou les règles de somme de polarisabilités [81, 82]. Ces règles de somme relient des intégrales sur les fonctions de structure en spin aux amplitudes Compton doublement virtuelles. Celles-ci sont calculables à n'importe quel  $Q^2$  comme expliqué dans le chapitre précédent :

- A petit  $Q^2$  (de 0 à quelques dixièmes de  $\text{GeV}^2$ ), la théorie des perturbations chirales est utilisée.
- A grand  $Q^2$  (à partir quelques  $\text{GeV}^2$ ), les calculs de pQCD sont employés. Ces calculs peuvent être étendus à plus petit  $Q^2$  (autour de  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ) à condition de connaître les corrections non-perturbatives à QCD, (corrections de twists supérieurs, voir section 2.3.1).
- Aux  $Q^2$  intermédiaires, QCD sur réseau devrait fournir ces amplitudes.

Comme les intégrales sont mesurables, on peut comparer les calculs théoriques aux mesures à n'importe quel  $Q^2$ , en particulier dans la zone de transition de pQCD à QCD non perturbative. Ainsi, ces règles de somme sont un outil privilégié pour l'exploration de la transition entre la description fondamentale et les descriptions effectives de l'interaction forte.

Les deux classes de règles de somme sont construites à partir de relations de dispersion et du *théorème optique*, cf section 2.2.1.4 ou le livre de J Bjorken et S Drell [35]. La première classe de règles de somme utilise en plus une ou plusieurs hypothèses plus générales<sup>3</sup>. Ces

---

<sup>1</sup>Voir J Ahrens et al [10], et H Dutz et al [84, 85].

<sup>2</sup>Voir par exemple les travaux de D Drechsel, S S Kamalov et L Tiator [80].

<sup>3</sup>Par exemple le *théorème de basse énergie* de F Low [131] dans le cas de la règle de somme de Gerasimov-

hypothèses relient l'amplitude Compton à une propriété statique du nucléon. Dans ce chapitre nous précisons le cadre théorique dans lequel ces règles de somme sont formulées.

Le formalisme employé ici suit de près celui des références de D Drechsel, B Pasquini et M Vanderhaeghen [81] et D Drechsel et L Tiator [82] et repris dans la revue de J-P Chen, A Deur et Z-E Meziani [56].

Considérons la diffusion Compton vers l'avant, doublement virtuelle (*doubly virtual Compton scattering*, VVCS, voir figure 3.1), d'un photon  $\gamma^*$ . Le théorème optique indique que l'absorption du photon virtuel par le nucléon est relié à la diffusion inclusive d'électrons. En supposant la symétrie de parité, la section efficace inclusive contient quatre fonctions de structure, cf section 2.1.3.2 :  $\sigma_T$ ,  $\sigma_L$ ,  $\sigma_{TT}$ ,  $\sigma'_{LT}$  (ou  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ). Les deux premières se rapportent à la contribution non-polarisée à la section efficace et les deux dernières à la contribution polarisée. Nous décrivons d'abord les règles de somme sur  $\sigma_{TT}$ .

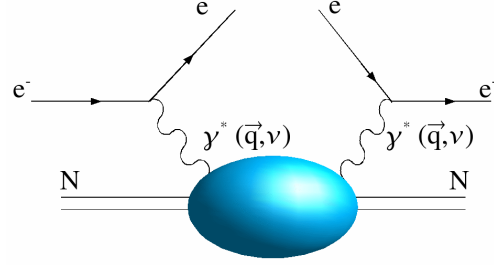


FIG. 3.1 – Graphe de la diffusion doublement virtuelle Compton vers l'avant (VVCS).

### 3.1 Règles de somme sur $\sigma_{TT}$

Soit  $g_{TT}$  l'amplitude VVCS induisant un renversement de spin du nucléon (*spin-flip VVCS*). La causalité implique que  $g_{TT}(\nu, Q^2)$  peut être analytiquement continuée dans le plan complexe  $z$ . En appliquant le théorème de Cauchy, on obtient :

$$g_{TT}(z, Q^2) = \frac{1}{2i\pi} \oint \frac{g_{TT}(\nu', Q^2)}{\nu' - z} d\nu' = \frac{1}{2i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g_{TT}(\nu', Q^2)}{\nu' - z} d\nu' \quad (3.1)$$

où la seconde égalité suppose une convergence appropriée à haute énergie (lemmes de Jordan :  $g_{TT}(\nu, Q^2)$  tend vers 0 plus vite que  $1/\nu$  quand  $\nu \rightarrow \infty$ ). La relation de Cauchy mène également à la relation générale :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x - i\epsilon} = P\left(\frac{1}{x}\right) + i\pi\delta(x) \quad (3.2)$$

En ajoutant  $-i\epsilon$  au dénominateur de l'équation 3.1 puis appliquant 3.2, on obtient :

$$g_{TT}(\nu, Q^2) = \frac{1}{i\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g_{TT}(\nu', Q^2)}{\nu' - \nu} d\nu' \quad (3.3)$$

ce qui conduit à une relation très générale utilisée dans la plupart des domaines de la physique, la relation de Kramer-Kronig [125] :

Drell-Hearn, ou bien l'OPE (voir section 2.3.1) pour la règle de somme de Bjorken.

$$\Re(g_{TT}(\nu, Q^2)) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Im(g_{TT}(\nu', Q^2))}{\nu' - \nu} d\nu' \quad (3.4)$$

La symétrie de croisement qui implique que  $g_{TT}(\nu, Q^2) = -g_{TT}(-\nu, Q^2)^*$  amène :

$$\Re(g_{TT}(\nu, Q^2)) = \frac{2\nu}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{\Im(g_{TT}(\nu', Q^2))}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' \quad (3.5)$$

Le théorème optique (cf section 2.2.1.4) appliqué à notre cas conduit à :

$$\Im g_{TT}(\nu, Q^2) = \frac{\kappa}{4\pi} \sigma_{TT}(\nu, Q^2) \quad (3.6)$$

où  $\kappa$  est l'énergie équivalente du photon virtuel. En combinant les deux dernières équations, on obtient :

$$\Re[g_{TT}(\nu, Q^2) - g_{TT}^{pôle}(\nu, Q^2)] = \left(\frac{\nu}{2\pi^2}\right) \mathcal{P} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\kappa(\nu', Q^2) \sigma_{TT}(\nu', Q^2)}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu', \quad (3.7)$$

où la contribution due au pôle du nucléon (contribution élastique),  $g_{TT}^{pôle}$ , a été passée à gauche de l'équation. La limite d'intégration inférieure  $\nu_0$  correspond donc au seuil de production du pion sur le nucléon. Un *théorème de basse énergie* nous permet de développer l'amplitude Compton  $g_{TT}$  en une série de  $\nu$  :

$$\Re[g_{TT}(\nu, Q^2) - g_{TT}^{pôle}(\nu, Q^2)] = \left(\frac{2\alpha}{M^2}\right) I_{TT}(Q^2) \nu + \gamma_0(Q^2) \nu^3 + O(\nu^5), \quad (3.8)$$

$I_{TT}(Q^2)$  est le coefficient du terme  $O(\nu)$  de l'amplitude Compton. L'équation 3.8 définit la *polarisabilité en spin généralisée* (*generalized forward spin polarizability*)  $\gamma_0(Q^2)$ . En combinant les équations (3.7) et (3.8), le terme  $O(\nu)$  conduit à une généralisation de la *règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn* [80],[116], donnée par l'équation 3.10 :

$$\begin{aligned} I_{TT}(Q^2) &= \frac{M^2}{4\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\kappa(\nu, Q^2)}{\nu} \frac{\sigma_{TT}}{\nu} d\nu \\ &= \frac{2M^2}{Q^2} \int_0^{x_0} \left[ g_1(x, Q^2) - \frac{4M^2}{Q^2} x^2 g_2(x, Q^2) \right] dx \end{aligned} \quad (3.9)$$

où la seconde équation est obtenue grâce à 2.10 et 2.11 et est indépendante du choix de  $\kappa$ . Quand  $Q^2 \rightarrow 0$ , le théorème de basse énergie relie  $I_{TT}(0)$  au moment magnétique anomal du noyau cible :  $I_{TT}(0) = \kappa^2/4$ . Incidemment, le théorème de basse énergie se conçoit qualitativement comme un développement dont le premier terme est représenté par la distribution spatiale des charges et courants (à  $Q^2 = 0$ ,  $\kappa$  s'identifie à un facteur de forme :  $G_M^N = e_N + \kappa$  où  $e_N = 1$  pour le proton et  $e_N = 0$  pour le neutron). Ce premier terme domine la réaction de diffusion. Le second terme traduit la déformation de cette distribution spatiale sous l'effet du photon (polarisabilité).

L'équation (3.9) considérée à  $Q^2 = 0$  où  $\kappa(\nu, 0) = \nu$ , amène la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn [94, 83] :

$$I(0) = \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\sigma_{1/2}(\nu) - \sigma_{3/2}(\nu)}{\nu} d\nu = -\frac{2\pi^2 \alpha \kappa^2}{M^2}, \quad (3.10)$$

La partie droite de l'équation vaut :

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi^2 \alpha \kappa^2}{M^2} &= -204.8 \quad \mu\text{b} = -0.526 \text{ GeV}^{-2} && \text{pour le proton} \\ &= -233.2 \mu\text{b} = -0.597 \text{ GeV}^{-2} && \text{pour le neutron} \\ &= 0.65 \mu\text{b} = 1.67 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-2} && \text{pour le deutéron} \\ &= -498 \mu\text{b} = -1.268 \text{ GeV}^{-2} && \text{pour l'Helium 3} \end{aligned}$$

(On rappelle que l'on a  $2\sigma_{TT} \equiv \sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}$  cf page 14). Le terme  $O(\nu^3)$  produit une règle de somme pour la polarisabilité en spin généralisée  $\gamma_0(Q^2)$  [81, 82] :

$$\begin{aligned} \gamma_0(Q^2) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\kappa(\nu, Q^2)}{\nu} \frac{\sigma_{TT}(\nu, Q^2)}{\nu^3} d\nu \\ &= \frac{16\alpha M^2}{Q^6} \int_0^{x_0} x^2 \left[ g_1(x, Q^2) - \frac{4M^2}{Q^2} x^2 g_2(x, Q^2) \right] dx. \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.2 Règles de somme sur $g_{LT}$

Soit maintenant l'amplitude d'interférence longitudinal-transverse  $g_{LT}$ . Suivant la même démarche, on obtient :

$$\Re[g_{LT}(\nu, Q^2) - g_{LT}^{pôle}(\nu, Q^2)] = \left(\frac{2\alpha}{M^2}\right) Q I_{LT}(Q^2) + Q \delta_{LT}(Q^2) \nu^2 + O(\nu^4) \quad (3.12)$$

De même que les termes  $I_{TT}$  et  $\gamma_0$  dans l'équation 3.8 s'apparentent respectivement à un facteur de forme ( $I_{TT}(0) = \kappa^2/4$ ) et à une polarisabilité, on a  $I_{LT}(0) = e_N \kappa/4$  et  $\delta_{LT}$  défini la *polarisabilité généralisée longitudinal-transverse*.

le terme  $O(1)$  conduit à une règle de somme pour  $I_{LT}(Q^2)$  :

$$\begin{aligned} I_{LT}(Q^2) &= \frac{M^2}{4\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\kappa(\nu, Q^2)}{\nu} \frac{\sigma_{LT}(\nu, Q^2)}{Q} d\nu \\ &= \frac{2M^2}{Q^2} \int_0^{x_0} \left[ g_1(x, Q^2) + g_2(x, Q^2) \right] dx. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Le terme  $O(\nu^2)$  amène [81, 82] :

$$\begin{aligned}\delta_{LT}(Q^2) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\kappa(\nu, Q^2)}{\nu} \frac{\sigma_{LT}(\nu, Q^2)}{Q\nu^2} d\nu \\ &= \frac{16\alpha M^2}{Q^6} \int_0^{x_0} x^2 [g_1(x, Q^2) + g_2(x, Q^2)] dx.\end{aligned}\quad (3.14)$$

### 3.3 Règles de somme sur $S_1$ et $S_2$

Alternativement on peut considérer les amplitudes VVCS covariantes polarisées  $S_1$  et  $S_2$ . Elles sont reliées aux amplitudes  $g_{TT}$  et  $g_{LT}$  par :

$$S_1(\nu, Q^2) = \frac{\nu M}{\nu^2 + Q^2} \left[ g_{TT}(\nu, Q^2) + \frac{Q}{\nu} g_{LT}(\nu, Q^2) \right], \quad (3.15)$$

$$S_2(\nu, Q^2) = -\frac{M^2}{\nu^2 + Q^2} \left[ g_{TT}(\nu, Q^2) - \frac{\nu}{Q} g_{LT}(\nu, Q^2) \right]. \quad (3.16)$$

Sous les mêmes hypothèses, la relation de dispersion amène :

$$\Re[S_1(\nu, Q^2) - S_1^{pole}(\nu, Q^2)] = \frac{4\alpha}{M} I_1(Q^2) + \gamma_{g_1}(Q^2) \nu^2 + O(\nu^4), \quad (3.17)$$

où le terme  $O(1)$  conduit à une généralisation de la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn différente de la généralisation 3.9 :

$$I_1(Q^2) = \frac{2M^2}{Q^2} \int_0^{x_0} g_1(x, Q^2) dx. \quad (3.18)$$

On recouvre la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn originale à  $Q^2 = 0$  où  $I_1(0) = -\frac{1}{4}\kappa^2$ . Le terme  $O(\nu^2)$  conduit à la polarisabilité généralisée  $g_1$  :

$$\begin{aligned}\gamma_{g_1}(Q^2) &= \frac{16\pi\alpha M}{Q^6} \int_0^{x_0} x^2 g_1(x, Q^2) dx \\ &= M\delta_{LT} + \frac{2\alpha}{MQ^2} \left( I_{TT}(Q^2) - I_1(Q^2) \right).\end{aligned}\quad (3.19)$$

Pour la seconde amplitude  $S_2$ , supposant un comportement de Regge<sup>4</sup> à  $\nu \rightarrow \infty$ , la relation de dispersion pour  $S_2$  et  $\nu S_2$ , sans soustraction de la contribution élastique, conduit à une *relation super convergente* (i.e. valide à n'importe quel  $Q^2$ ) :

$$\int_0^1 g_2(x, Q^2) dx = 0, \quad (3.20)$$

---

<sup>4</sup> $S_2 \rightarrow \nu^{\alpha_2}$  avec  $\alpha_2 < -1$

C'est la règle de somme de Burkhardt-Cottingham (BC) [54]. Si on soustrait la contribution élastique à l'intégrale, la règle de somme de Burkhardt-Cottingham devient :

$$I_2(Q^2) = \frac{2M^2}{Q^2} \int_0^{x_0} g_2(x, Q^2) dx = \frac{1}{4} F_2(Q^2) (F_1(Q^2) + F_2(Q^2)), \quad (3.21)$$

où  $F_2$  et  $F_1$  sont les facteurs de forme de Pauli et Dirac pour la diffusion élastique d'électrons sur un nucléon, cf section 2.2.4.

Le développement à basse énergie  $\nu$  de la relation de dispersion conduit à :

$$\begin{aligned} & \Re [(\nu S_2(\nu, Q^2)) - (\nu S_2^{p\bar{d}le}(\nu, Q^2))] \\ = & 2\alpha I_2(Q^2) - \frac{2\alpha}{Q^2} (I_{TT}(Q^2) - I_1(Q^2)) \nu^2 + \frac{M^2}{Q^2} \gamma_{g_2}(Q^2) \nu^4 + O(\nu^6), \end{aligned} \quad (3.22)$$

où le terme en  $\nu^4$  donne la polarisabilité généralisée  $g_2$  :

$$\begin{aligned} \gamma_{g_2}(Q^2) &= \frac{16\pi\alpha M^2}{Q^6} \int_0^{x_0} x^2 g_2(x, Q^2) dx \\ &= \delta_{LT}(Q^2) - \gamma_0(Q^2) + \frac{2\alpha}{M^2 Q^2} (I_{TT}(Q^2) - I_1(Q^2)). \end{aligned} \quad (3.23)$$

A grand  $Q^2$ , l'OPE [150, 163, 109] (voir section 2.3.1) des amplitudes VVCS conduit à la série de twists :

$$\Gamma_1(Q^2) \equiv \int_0^1 g_1(x, Q^2) dx = \sum_{\tau=2,4,\dots} \frac{\mu_\tau(Q^2)}{Q^{\tau-2}} \quad (3.24)$$

où l'on rappelle que les coefficients  $\mu_\tau$  sont liés aux éléments de matrices d'opérateurs de twists  $\leq \tau$  du nucléon.

Le terme de twist dominant (twist-2),  $\mu_2$ , est déterminé par les éléments de matrice de l'opérateur axial-vecteur  $\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi$  sommés sur toutes les saveurs de quarks ( $\psi$  sont les opérateurs de champs de quarks). Il peut être décomposé en charges axiales triplette ( $g_a$ ), octette ( $a_8$ ) et singlette ( $\Delta\Sigma$ ),

$$\mu_2(Q^2) = \left( \pm \frac{1}{12} g_a + \frac{1}{36} a_8 \right) + \frac{1}{9} \Delta\Sigma + O(\alpha_s(Q^2)), \quad (3.25)$$

où  $+$  ( $-$ ) correspond au proton (neutron) et les termes  $O(\alpha_s)$  traduisent la dépendance en  $Q^2$  due aux effets radiatifs de pQCD. La charge axiale triplette  $g_a$  peut être mesurée indépendamment dans la désintégration  $\beta$  du neutron :  $g_a = 1.267 \pm 0.004$  [176]. La charge axiale octette  $a_8$  peut être extraite de la désintégration par interaction faible des hypérons, sous l'hypothèse de la symétrie de saveur SU(3). On a  $a_8 = 0.588 \pm 0.033$  [60]. Dans le modèle des partons,  $\Delta\Sigma$  est la fraction du spin du nucléon provenant du spin des quarks. Des expériences dans le DIS ont extrait cette quantité par une analyse globale des données mondiales. On

extrait de cette façon  $\Delta\Sigma = 0.16 \pm 0.08$ , voir par exemple la revue de B W Filippone et X Ji [90].

Les équations (3.24) et (3.25) conduisent, à l'ordre de twist dominant, en exprimant les charges en terme de distributions de quarks et en supposant que la mer de Dirac des quarks étranges n'est pas polarisée, à la règle de somme d'Ellis-Jaffe [86]. Elle s'écrit pour le proton :

$$\Gamma^p(Q^2) \equiv \int_0^1 g_1^p dx \rightarrow_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left( \frac{4}{9} \Delta u + \frac{1}{9} \Delta d \right) \quad (3.26)$$

Pour le neutron la règle de somme d'Ellis-Jaffe est :

$$\Gamma^n(Q^2) \equiv \int_0^1 g_1^n dx \rightarrow_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left( \frac{4}{9} \Delta d + \frac{1}{9} \Delta u \right) \quad (3.27)$$

En supposant la symétrie de saveur SU(3) on a  $\Gamma_1^p = 0.185 \pm 0.005$  et  $\Gamma_1^n = -0.024 \pm 0.005$ . Les mesures expérimentales ont montré que cette règle de somme est violée : la collaboration E154 [2] du SLAC a mesuré  $\Gamma^n = -0.041 \pm 0.004 \pm 0.006$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  et la collaboration E155 [20] a mesuré  $\Gamma^p = 0.118 \pm 0.004 \pm 0.007$  et  $\Gamma^n = -0.058 \pm 0.005 \pm 0.008$  à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . Les valeurs attendues d'après la règle de somme sont :  $\Gamma_1^p = 0.164$  et  $\Gamma_1^n = -0.018$ , après évolution à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ .

La différence entre le proton et le neutron donne le terme non-singlet de saveur :

$$\Gamma_1^p(Q^2) - \Gamma_1^n(Q^2) = \frac{1}{6} g_a + O(\alpha_s) + O(1/Q^2), \quad (3.28)$$

qui devient la règle de somme de Bjorken dans la limite  $Q^2 \rightarrow \infty$ .

Comme nous l'avons expliqué au chapitre 2, si la masse du nucléon était nulle, le coefficient  $\mu_\tau$  de la correction en  $1/Q^{\tau-2}$  ne contiendrait qu'un seul opérateur de twist  $\tau$ . La masse non nulle du nucléon amène des contributions provenant d'opérateurs de twists  $\varsigma$  avec  $\varsigma \leq \tau$ . Ainsi, le terme de twist 4 :

$$\mu_4 = M^2 (a_2 + 4d_2 + 4f_2) / 9. \quad (3.29)$$

contient une contribution de twist 2,  $a_2$ , et une de twist 3,  $d_2$ , en plus de  $f_2$  qui est la contribution de twist 4 proprement dite [150, 163, 109, 113]. L'élément de matrice de twist 2 est :

$$a_2 S^{\{\mu} P^\nu P^{\lambda\}} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \langle P, S | \bar{\psi}_q \gamma^{\{\mu} i D^\nu i D^{\lambda\}} \psi_q | P, S \rangle, \quad (3.30)$$

où  $e_q$  est la charge d'un quark de saveur  $q$ .  $S$  et  $P$  sont les quadri-vecteurs de spin et d'impulsion (avec  $S \cdot D = 0$ ),  $D^\nu$  est la dérivée covariante et les parenthèses  $\{\dots\}$  dénotent la symétrisation des indices. L'élément  $a_2$  est relié au troisième moment de la composante de twist 2 de  $g_1$  :

$$a_2(Q^2) = 2 \int_0^1 dx x^2 g_1^{\text{twist } 2}(x, Q^2). \quad (3.31)$$

La composante de twist 3,  $d_2$ , est définie par l'élément de matrice [150, 163, 109, 113] :

$$d_2 S^{[\mu} P^{\nu]} P^{\lambda]} = \frac{1}{8} \sum_q \langle P, S | \bar{\psi}_q g \tilde{F}^{\{\mu\nu} \gamma^{\lambda\}} \psi_q | P, S \rangle, \quad (3.32)$$

où  $g$  est la constante de couplage de QCD ( $\alpha_s = g^2/4\pi$ ),  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  est le tenseur du champ dual des gluons :  $\tilde{F}_{\mu\nu} = (1/2)\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$  ( $F_{\alpha\beta}$  sont les champs de gluons), et les parenthèses  $[\dots]$  dénotent l'antisymétrisation des indices. L'élément de matrice de twist 3 est relié aux troisièmes moments des composantes de twists dominants de  $g_1$  et  $g_2$  :

$$\begin{aligned} d_2(Q^2) &= \int_0^1 dx x^2 \left( 2g_1(x, Q^2) + 3g_2(x, Q^2) \right) \\ &= 3 \int_0^1 dx x^2 \left( g_2(x, Q^2) - g_2^{WW}(x, Q^2) \right), \end{aligned} \quad (3.33)$$

où  $g_2^{WW}$  est la composante de twist 2 de  $g_2$  établie par S Wandzura et F Wilczek [169], voir section 5.8.

$$g_2^{WW}(x, Q^2) = -g_1(x, Q^2) + \int_x^1 dy \frac{g_1(y, Q^2)}{y}. \quad (3.34)$$

La composante de twist 4 de  $\mu_4$  est définie par l'élément de matrice :

$$f_2 M^2 S^\mu = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \langle N | g \bar{\psi}_i \tilde{F}^{\mu\nu} \gamma_\nu \psi_i | N \rangle. \quad (3.35)$$

Une définition généralisée de  $f_2$  est :

$$f_2(Q^2) = \frac{1}{2} \int_0^1 dx x^2 \left( 7g_1(x, Q^2) + 12g_2(x, Q^2) - 9g_3(x, Q^2) \right). \quad (3.36)$$

$g_3$  est la distribution de twist 4 :<sup>5</sup>

$$g_3(x) = \frac{1}{\Lambda_{QCD}^2} \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \not{p} \psi(\lambda n) | PS \rangle \quad (3.37)$$

avec  $p = \frac{1}{2} (\sqrt{M^2 + P^2} + P) (1, 0, 0, 1)$  et  $n = \frac{1}{M^2} (\sqrt{M^2 + P^2} - P) (1, 0, 0, -1)$ .

Seuls  $g_1$  et  $g_2$  étant mesurés,  $f_2$  ne peut être extrait qu'en utilisant les équations (3.24) et (3.29). Nous discutons ce sujet dans la section 5.7.

---

<sup>5</sup>A ne pas confondre avec la fonction de structure en spin apparaissant dans la diffusion de neutrinos sur cible polarisée, également nommée  $g_3$ .



### 3.4 Polarisabilités de couleurs

Les opérateurs de twist 3 et 4 décrivent la réponse des composantes “électrique” et “magnétique” du champs de couleurs au spin du nucléon. Ils s'apparentent donc à des polarisabilités, mais dans le cas des champs correspondant à l'interaction forte et non à l'interaction électromagnétique. En exprimant les éléments de matrices de twist 3 et 4 en termes des composantes de  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  dans le référentiel du nucléon au repos,  $d_2$  et  $f_2$  peuvent donc être reliés aux *polarisabilités de couleurs* électrique et magnétique. Celles-ci sont définies suivant [150, 163, 109, 113] :

$$\chi_E \, 2M^2 \vec{S} = \langle N | \vec{j}_a \times \vec{E}_a | N \rangle , \quad \chi_B \, 2M^2 \vec{S} = \langle N | j_a^0 \vec{B}_a | N \rangle , \quad (3.38)$$

où  $\vec{S}$  est le vecteur de spin du nucléon,  $j_a^\mu$  est le courant de quark,  $\vec{E}_a$  et  $\vec{B}_a$  sont les champs de couleurs électrique et magnétique, respectivement. En termes de  $d_2$  et  $f_2$  les polarisabilités de couleurs s'expriment comme :

$$\chi_E = \frac{2}{3} (2d_2 + f_2) , \quad \chi_B = \frac{1}{3} (4d_2 - f_2) . \quad (3.39)$$

# Chapitre 4

## Situation expérimentale

### 4.1 Les données mondiales

Avant la mise en oeuvre de faisceaux et cibles polarisés par Jefferson Lab, les études sur la structure en spin du nucléon ont eu lieu auprès des accélérateurs de haute énergie<sup>1</sup> du CERN (EMC [23] et SMC [154, 155, 156, 157, 158]), de DESY (HERMES [5, 6, 11]) et de SLAC (E80 [12], E130 [13], E142 [19], E14 3[1], E154 [2, 3], E155 [20, 21] et E155x [22]). Leurs mesures sont analysées en QCD perturbative. Les expériences ont porté sur le proton et le neutron, en premier lieu pour tester QCD grâce à la règle de somme de Bjorken. Après quinze ans d'études, la règle de somme est maintenant vérifiée à mieux de 10%. La structure en spin du nucléon a en même temps été révélée. Parmi les principaux résultats de ces efforts figure la détermination de la contribution du spin des quarks au spin du nucléon,  $\Delta\Sigma$  (voir équation 3.25). Ces résultats ont mis en avant le rôle important que peuvent jouer le moment orbital angulaire des quarks  $L_q$  et la contribution angulaire totale des gluons  $\Delta G + L_g$ .

Les résultats des études inclusives de diffusion doublement polarisée ont ouvert de nouveaux axes de recherches. L'un d'eux concerne la mesure de  $L_q$  grâce à la règle de somme de Ji [110], par exemple en utilisant la diffusion Compton virtuelle profonde (DVCS : *deep virtual Compton scattering*). Un autre étudie la détermination de la contribution du spin des gluons avec les expériences COMPASS [31] au CERN et RHIC-spin [66] à Brookhaven. Les résultats de ces deux expériences ainsi que les calculs sur réseau semblent indiquer une faible contribution des gluons au spin du nucléon. Cela rend d'autant plus important le programme d'étude de la réaction DVCS et des réactions apparentées. Ces nouveaux programmes de recherche recourent à des expériences exclusives ou semi-exclusives. On verra néanmoins que les expériences inclusives de JLab contraignent significativement la distribution polarisée de gluons (section 5.2) et peuvent également explorer le rôle du moment orbital des quarks

---

<sup>1</sup>Des donnée à  $Q^2 = 0$  ou bas  $Q^2$  provenant de laboratoires tels que MIT-Bates, LEGS ou MAMI existent également. Nous ne les discuterons pas dans ce document car elles ne révèlent pas directement la structure partonique du nucléon.

(section 5.1).

L'étude des réactions inclusives reste très active comme l'illustre la figure 4.1. Dans ce chapitre, nous décrivons les expériences inclusives doublement polarisées qui ont eu lieu de 1998 à 2006 dans les halls A [106], B [58] et C de Jefferson Lab.

## 4.2 Descriptions des expériences à Jefferson Lab

### 4.2.1 Le faisceau d'électrons

L'accélérateur produit un faisceau quasi-continu d'électrons d'une énergie maximale d'environ 6 GeV. La fréquence d'arrivée des paquets d'électrons dans un des trois halls est de 499 MHz. La polarisation du faisceau est obtenue en illuminant une cathode de GaAs contrainte avec une lumière laser polarisée. La polarisation était d'en moyenne 0.70 pour les premières expériences en 1998 et de 0.85 pour les expériences qui se sont déroulées en 2006. La polarisation du faisceau est mesurée dans les halls A, B et C grâce des polarimètres Møller. Le hall A possède également un polarimètre Compton. Afin de minimiser les erreurs systématiques sur les asymétries, l'hélicité des électrons du faisceau est renversée de façon aléatoire : Tous les  $1/30^{\text{ème}}$  de seconde (ou quelquefois toutes les secondes) l'hélicité du faisceau peut être renversée, la décision étant basée sur un algorithme pseudo-aléatoire. La connaissance de l'algorithme permet de retrouver le signe de l'hélicité du faisceau lors de l'analyse des données. Outre cette précaution, les trois halls expérimentaux possèdent un dispositif à la source du faisceau permettant de s'assurer que le nombre d'électrons par paquets est le même pour les deux hélicités. Une différence entraînerait une fausse asymétrie (*asymétrie de charge*) qui biaiserait les résultats expérimentaux. Des données ont été prises avec des cibles non polarisées pour lesquelles l'asymétrie est nulle<sup>2</sup>. Elles montrent le contrôle satisfaisant de l'asymétrie de charge du faisceau.

### 4.2.2 Hall A

#### 4.2.2.1 Les expériences

Dans le hall A, cinq expériences portant sur la structure en spin du nucléon ont eu lieu :

- E94-010 en 1998 : Mesure de l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron et des moments de  $g_1^n$  et  $g_2^n$  à  $Q^2$  intermédiaire ( $0.1 < Q^2 < 0.9 \text{ GeV}^2$ ). Les portes-parole de cette expérience sont Z-E Meziani, G Cates et J-P Chen.

- E99-117 en 2001 : Mesure des asymétries de photons virtuels  $A_1^n$  et  $A_2^n$  à grands  $x$  ( $0.33 < x < 0.60$ ) dans le domaine du DIS. Les portes-parole de cette expérience sont Z-E Meziani, J-P Chen et P Souder.

---

<sup>2</sup>Une très faible asymétrie due à la violation de parité par l'interaction faible existe. On peut la négliger.

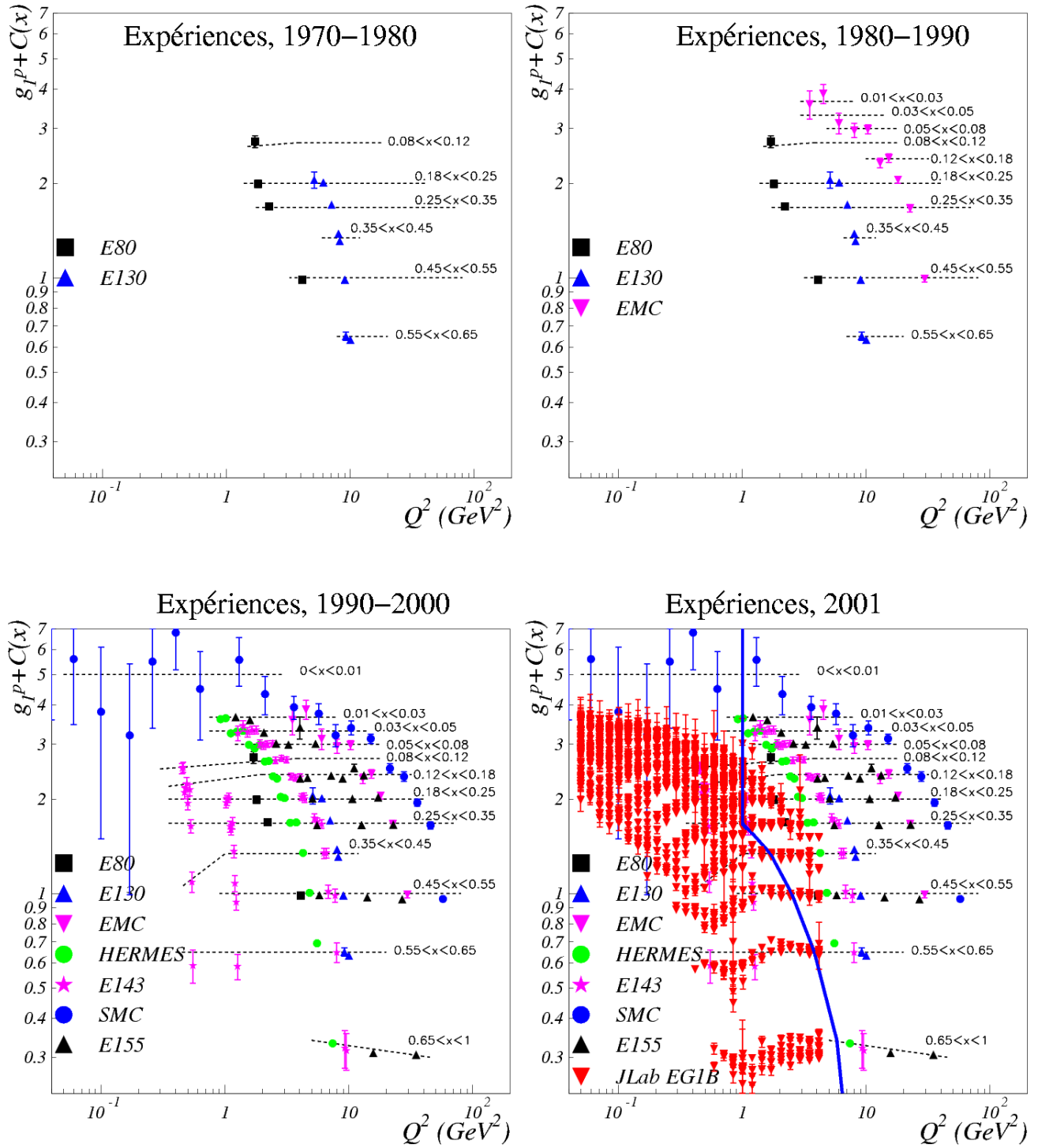


FIG. 4.1 – Évolution des données disponibles sur  $g_1^p$ . Dans la figure en bas à droite, seules deux des quatre énergies de l'expérience EGIb sont présentées et les résultats de l'expérience RSS ne sont pas inclus. Les traits pointillés ne représentent pas l'évolution en  $Q^2$  et servent uniquement de repère. La ligne bleu sur le dernier graphique délimite la région du DIS.

- E97-103 en 2001 : Mesure de  $g_2^n$  à  $W > 2$  GeV. Les portes-parole de cette expérience sont T Averett et W Korsch.
- E01-012 en 2003 : Mesure des moments de  $g_1^n$  et  $g_2^n$  et des asymétries  $A_1^n$  et  $A_2^n$  dans la région des résonances pour  $Q^2 > 1$  GeV<sup>2</sup>. Les portes-parole de cette expérience sont N Liyanage, J-P Chen et Seonho Choi.
- E97-110 en 2003 : Mesure de l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron et des moments de  $g_1^n$  et  $g_2^n$  à petits  $Q^2$  ( $0.015 < Q^2 < 0.3$  GeV<sup>2</sup>). Les portes-parole de cette expérience sont J-P Chen, A Deur et F Garibaldi.

#### 4.2.2.2 La cible polarisée d'hélium 3

Pour ces expériences, une cible d'<sup>3</sup>He polarisée gazeuse de haute pression ( $\sim 12$  atm) a tenu lieu de cible effective de neutrons polarisés. L'<sup>3</sup>He est une cible effective de neutrons polarisés intéressante car son noyau est composé d'un neutron et de deux protons qui sont, au premier ordre, dans un état S. Les spins des protons sont donc antiparallèles (principe d'exclusion de Pauli). L'asymétrie venant de la diffusion sur un des protons compense alors l'asymétrie due à la diffusion sur le second proton.

Le corps de la cible est constitué de deux chambres de verre communicantes. Outre l'<sup>3</sup>He, la cible contient un gaz d'atomes de rubidium (Rb) confiné par un gradient thermique dans la chambre supérieure sphérique. Les atomes de Rb sont polarisés par pompage optique. La polarisation est transmise aux noyaux d'<sup>3</sup>He par collisions Rb-He. Le gaz d'<sup>3</sup>He polarisé descend alors par diffusion et convection dans la chambre basse. Celle-ci est un tube de 40 cm de longueur et de 2 cm de diamètre fermé par des fenêtres de 100 à 150  $\mu$ m d'épaisseur. La diffusion du faisceau d'électrons par l'He a lieu dans la chambre basse. Les spins sont maintenus dans la direction choisie par un champ magnétique uniforme de 2.5 mT. Lors des expériences, la polarisation moyenne de la cible, mesurée par les techniques de RMN et de RPE, était de  $0.35 \pm 0.014$  pour E94-010, de  $0.400 \pm 0.024$  pour E99-117, de  $0.40 \pm 0.014$  pour E97-103, de  $0.38 \pm 0.020$  pour E01-012, et enfin de  $0.40 \pm 0.06$  (résultat préliminaire) pour E97-110. La direction de la polarisation peut être orientée soit parallèlement à la direction du faisceau, soit transversalement dans le plan horizontal, soit en une combinaison des deux. Comme détaillé page 16, la mesure des sections efficaces dans deux directions de polarisation orthogonales permet une extraction directe de  $g_1$  et  $g_2$  ou, de façon équivalente, de  $\sigma_{TT}$  et  $\sigma_{LT}$ , sans recourir ni à des modèles ni à des données non polarisées. Cette méthode est utilisée dans les expériences E94-010, E97-103, E01-012 et E97-110. Dans le cas de l'expérience E99-117, on a mesuré les asymétries  $A_{||}$  et  $A_{\perp}$ , plus faciles à extraire que des sections efficaces. Une fonction ajustée<sup>3</sup> sur les données globales des fonctions de structure non-polarisées  $F_2$  et  $R$  (cf équations page 15) a été employée afin d'extraire  $A_1^n$ ,  $A_2^n$ ,  $g_1^n$  et  $g_2^n$ . Une étude complémentaire analysant la différence des sections efficaces doublement polarisées, voir la thèse de X Zheng [178] a également été effectuée. Les résultats des deux approches sont en bon accord.

---

<sup>3</sup>Dans ce document, nous utilisons les termes "ajustement" ou "fonction ajustée" dans le sens du mot anglais *fit*.

### 4.2.2.3 L'équipement du hall A

L'énergie du faisceau est mesurée par deux méthodes indépendantes d'une précision de  $10^{-4}$  [106]. L'intensité du faisceau, typiquement de  $10 \mu\text{A}$  lors de l'utilisation de la cible d' $^3\text{He}$ , est mesurée en permanence à mieux que 1% de précision relative. Les électrons diffusés sont détectés par deux spectromètres de haute résolution (HRS : *High Resolution Spectrometers*) d'acceptance angulaire  $\simeq 6 \text{ mSr}$  et d'acceptance relative en impulsion  $\simeq 9\%$ . La haute luminosité ( $10^{36} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) permet d'acquérir rapidement des données pour de nombreuses valeurs d'impulsion de l'électron diffusé avec une bonne précision statistique. Cette rapidité permet de multiples mesures qui couvrent une surface importante dans le plan cinématique ( $Q^2, \nu$ ) en dépit des petites acceptances angulaire et d'impulsion (voir figure 4.3). Une telle couverture cinématique est nécessaire pour toute mesure de moment (expériences E94-010, E01-012 et E97-110). La haute luminosité permet aussi de réaliser des expériences à faible figures de mérite en se limitant à un petit domaine cinématique (expériences E99-117 et E97-103).

L'appareillage de détection des spectromètres comprend :

- Une paire de chambres à dérive verticale pour l'analyse de l'impulsion de l'électron diffusé et la reconstruction du vertex.

- Des compteurs à scintillation pour le déclenchement de l'acquisition de données.

- Un duo compteur Čerenkov-calorimètre à verre au plomb pour l'identification de particules. Les  $\pi^-$  sont typiquement séparés des électrons avec une efficacité supérieure à 99.9%.

Les deux HRS ont été généralement utilisés de façon redondante (positionnés symétriquement à la ligne de faisceau) afin que chacun couvre le même domaine cinématique. Cela double le nombre de données acquises et fournit une vérification d'une partie des erreurs systématiques. L'acceptance et les propriétés optiques des HRS ont été étudiées en utilisant :

- Un collimateur à trous placé devant l'entrée du HRS pour la calibration angulaire.

- Une cible faite de quelques feuilles minces de carbone séparées de plusieurs centimètres pour la calibration du vertex.

- Le pic de la réaction élastique sur le carbone. La calibration en impulsion est déterminée grâce à la position du pic. Celle-ci est changée afin de couvrir toute la plage d'acceptance en impulsion. La section efficace, bien connue, a été mesurée avec une précision typique de 2% à différentes énergies de faisceau.

La réaction élastique sur l' $^3\text{He}$  polarisée a été mesurée systématiquement. Elle permet de vérifier la précision de l'extraction des sections efficaces inélastiques absolues (mesurée typiquement à environ 5%) ainsi que le produit des polarisations de la cible et du faisceau.

Les corrections radiatives électromagnétiques qui permettent de passer de la section efficace mesurée à la section efficace de Born (voir chapitre 2.1.1) sont menées suivant la méthode de L Mo et Y Tsai [139] pour les corrections radiatives externes. Les corrections radiatives internes sont évaluées suivant le formalisme de I Akushevich et N Shumeiko [7] dont le programme POLRAD est adapté de façon à traiter précisément la réaction quasi-élastique. L'incertitude relative sur les corrections radiatives est typiquement de moins de 20%, ce qui suffit étant donnée la petitesse des effets radiatifs. D'autres erreurs systématiques proviennent :

- De la mesure des sections efficaces absolues (5%) dans le cas où les fonctions de structure sont extraites de mesures de différences de sections efficaces (E94-010, E97-103, E01-012, E97-110).
- Des fonctions représentant  $F_2$  et  $R$  ajustées sur les données mondiales non polarisées dans le cas de mesure d'asymétrie (E99-117).
- Des polarimétries de cibles et faisceau mesurées typiquement à  $\sim 4\%$  et  $\sim 2$  à  $3\%$  respectivement.

Dans le cas où les informations sur le neutron sont extraites de mesures d'asymétrie, celles-ci doivent être corrigées de la “dilution”. Elle est due à la présence de matériaux non polarisés<sup>4</sup> sur la ligne de faisceau vue par le HRS. Dans le cas où les informations sur le neutron sont obtenues en utilisant des différences de sections efficaces polarisées, la contribution des matériaux non polarisés s'annule. Dans tous les cas, il est nécessaire de corriger des effets provenant de la légère polarisation des deux protons de l' $^3\text{He}$  due aux états D ( $\sim 8\%$ ) et S' ( $\sim 1.5\%$ ) de la fonction d'onde de l' $^3\text{He}$ , voir les travaux de C Ciofi degli Atti et S Scopetta [57]. Dans ce cas le principe de Pauli ne s'applique plus, les protons n'étant plus sur les mêmes couches. Les corrections de liaison et de mouvement de Fermi sont aussi prises en compte par un modèle basé sur l'approximation d'ondes planes (PWIA [57]), voir section 2.2.4.3. L'incertitude sur cette correction varie de 10% à bas  $Q^2$  à moins de 5% dans le DIS.

Après cette description générale de l'appareillage des expériences du hall A, nous indiquons brièvement les particularités de chaque expérience.

#### 4.2.2.4 E94-010

L'expérience E94-010 fut la première à utiliser la cible d' $^3\text{He}$  polarisée à JLab. Elle a eu pour but de mesurer l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn et les moments de  $g_1$  et  $g_2$  dans la fourchette  $0.1 < Q^2 < 0.9 \text{ GeV}^2$  pour l'étude de la transition entre QCD perturbatif et QCD non-perturbatif. Les données ont été prises à un angle de diffusion de  $15.5^\circ$  et à six énergies de faisceau : 0.862, 1.717, 2.581, 3.382, 4.236 et 5.058  $\text{GeV}^5$ . Le polarimètre Compton n'étant pas encore disponible, la mesure de polarisation fut réalisée au moyen du polarimètre Møller avec une précision de l'ordre de 3% (erreur systématique relative. L'erreur statistique est négligeable). Les HRS ont couvert les impulsions de la réaction élastique jusqu'au delà des résonances. Il est nécessaire, pour former l'intégrale, de régler l'impulsion de l'électron détecté de façon à couvrir la fourchette en  $x$  (ou de façon équivalente  $W$  ou  $\nu$ ). Cependant, à angle donné, cela fait varier également  $Q^2$  (voir la couverture cinématique de E94-010 sur la figure 4.3). Or, si l'on veut former des intégrales définies à une valeur donnée de  $Q^2$ , l'intégrant (par exemple  $\sigma_{TT}/\nu$  ou  $g_1$ ) doit être connu à cette valeur de  $Q^2$ . Pour E94-010 six valeurs de  $Q^2$  échelonnées régulièrement ont été choisies dans le domaine  $0.1 \leq Q^2 \leq 0.9 \text{ GeV}^2$

<sup>4</sup>Les fenêtres de la cible, les quelques pourcents d'azote présents dans la cible pour améliorer la polarisation ou bien encore les deux protons, non-polarisés au premier ordre, présents dans le noyau d' $^3\text{He}$ .

<sup>5</sup>Les deux appareils de mesure d'énergies étant dans leur phase initiale de mis en oeuvre, l'incertitude sur l'énergie est d'environ  $5 \times 10^{-4}$ .

et les intégrants à  $Q^2$  fixé sont déterminés par interpolation à partir des points mesurés. L'intégration se fait jusqu'à une masse invariante maximale de  $W = 2$  GeV. Pour compléter les intégrales, la paramétrisation de Bianchi et Thomas [33] a été utilisée dans la fourchette  $4 < W^2 < 1000$  GeV<sup>2</sup> et une paramétrisation de type Regge a été utilisée pour  $W^2 > 1000$  GeV<sup>2</sup>.

Les détails expérimentaux sont données dans les thèses de S Jensen [108], A Deur [67], I Kominis [120], P Djawotho [77] et K Slifer [152]. Les données issues de l'expérience, à savoir les intégrales de Gerasimov-Drell-Hearn généralisée et Burkhardt-Cottingham sur le neutron et l'<sup>3</sup>He, les polarisabilités de spin généralisées  $\gamma_0$  et  $\delta_{LT}$ , les fonctions de structures  $g_1^{3He}$  et  $g_2^{3He}$  et les sections efficaces d'interférences  $\sigma'_{TT}$  et  $\sigma_{LT}$  sont publiées dans [14,16,137].

#### 4.2.2.5 E99-117

La collaboration E99-117 a mesurée les asymétries de photons virtuels  $A_1^n$  et  $A_2^n$  à grand  $x$  ( $0.33 < x < 0.60$ ) dans le domaine du DIS. Les données ont été obtenues avec une énergie de faisceau de 5.734 GeV. Les HRS étaient positionnés à grand angle de façon à atteindre de hautes valeurs de  $x$ . Les cinématiques sont résumées dans le tableau ci-dessus.

$x$	0.33	0.47	0.60
angles	35°	35°	45°
$Q^2$ (GeV <sup>2</sup> )	2.71	3.52	4.83
$W$ (GeV)	2.54	2.22	2.02

A cause des grands angles, une cible de 25 cm au lieu des 40 cm habituels a été utilisée. La description et les résultats de l'expérience (les asymétries  $A_1^n$  et  $A_2^n$ , les fonctions de structures  $g_1^n$  et  $g_2^n$  et le terme de twist 3  $d_2^n$ ) sont détaillés dans les papiers de X Zheng et al [179,180].

#### 4.2.2.6 E97-103

La collaboration E97-103 a mesuré les termes de twists supérieurs présents dans  $g_2$ . Ils ont été obtenus par la mesure précise de  $g_2^n$  et  $g_1^n$  ( $g_1^n$  est nécessaire afin d'obtenir la composante de twist

E	3.465	4.598	4.598	5.727	5.727
$x$	0.163	0.188	0.192	0.194	0.202
angles	18.6°	15.8°	18.6°	15.8°	18.6°
$Q^2$ (GeV <sup>2</sup> )	0.571	0.781	0.942	1.127	1.341
$W$ (GeV)	1.95	2.10	2.20	2.36	2.46

2  $g_2^{ww}$ , cf équation 3.34) pour des  $Q^2$  croissants et pour  $W > 2$  GeV. Les cinématiques, prises à  $x$  aux environs de  $\sim 0.19$ , sont données dans le tableau ci-dessus.

Les résultats de l'expérience sont rapportés dans la publication de K Kramer et al [123] et l'expérience est détaillée dans la thèse de K Kramer [124].



#### 4.2.2.7 E01-012

Au cours de l'expérience E01-012, les moments de  $g_1^n$  et  $g_2^n$ , les fonctions de structures  $g_1^{3He}$  et  $g_2^{3He}$  et les asymétries  $A_1^n$  et  $A_2^n$  ont été mesurés dans la région des résonances ( $1 < W < 2$  GeV) pour  $Q^2 > 1$  GeV<sup>2</sup>. Les données ont été prises à un angle de 25° pour les énergies de faisceau 3.0, 4.0 et 5.0 GeV et à 32° pour 5.0 GeV. Les données ont été interpolées afin de former les moments à  $Q^2$  constants (1.2, 1.9, 2.6 et 3.3 GeV<sup>2</sup>). Les détails de l'expérience E01-012 peuvent être obtenus dans la thèse de P Solvignon [161].

#### 4.2.2.8 E97-110

Cette expérience eut pour objectif de mesurer l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron et les moments de  $g_1^n$  et  $g_2^n$  à petits  $Q^2$  ( $0.015 < Q^2 < 0.3$  GeV<sup>2</sup>). Les données ont été obtenues à deux angles de diffusions (6° et 9°) et à huit énergies de faisceau comprises entre 1.2 et 4.4 GeV. Afin d'atteindre les bas  $Q^2$  tout en couvrant une large fourchette en  $\nu$ , il est nécessaire de détecter les électrons aux très petits angles. Dans ce but, un dipôle magnétique est placé entre la cible et le HRS. En l'absence de ce dipôle, appelé aimant *septum*, l'angle minimal de détection des HRS serait de 15.5° (12.5° lorsqu'un seul HRS est utilisé). Durant E97-110, un seul septum étant disponible, un seul HRS fut utilisé. Cette expérience fut la première à faire usage du septum. L'introduction d'un nouvel élément magnétique a nécessité l'étude détaillée de l'optique magnétique du couple septum/HRS. Il a également été nécessaire de modifier la cible afin de l'adapter aux petits angles et au champ magnétique de fuite du septum qui perturberait la polarisation de la cible :

- Quatre bobines d'environ un mètre de diamètre ont été incorporées à la cible afin de créer un gradient de champ magnétique ajustable pouvant compenser le champ de fuite du septum.
- La géométrie de la chambre basse de la cible a été modifiée afin que les électrons sortent par la fenêtre de la cible et non par le côté, voir figure 4.2. Cela permet de minimiser les corrections radiatives, l'épaisseur de matériau traversé par les électrons étant bien moindre :  $\sim 200$  à  $250$   $\mu\text{m}$  de verre au lieu d'environ 1 cm ( $[\text{épaisseur paroi}]/\sin[\text{angle diffusion}]$ ). De plus, cette nouvelle configuration évite un bruit de fond dû à un processus de diffusion en deux étapes<sup>6</sup>. Il a été observé aux deux plus basses énergies de l'expérience E94-010 (angle de



FIG. 4.2 – La nouvelle géométrie de la cible destinée à minimiser les bruits de fond et les corrections radiatives. Elle a été utilisée pour les basses énergies de E97-110 et la diffusion à 6° uniquement.

<sup>6</sup>Les électrons peuvent diffuser élastiquement à angles très avant (1°) sur la fenêtre fermant la ligne sous vide du tube faisceau. Ces électrons traversent ensuite la paroi de la cible (pour 1°, cela représente environ

diffusion de  $15.5^\circ$ ). L'expérience E97-110 n'a été possible que grâce à cette nouvelle géométrie de la cible ainsi qu'à d'autres améliorations telles que la minimisation de la distance entre la cible et la fenêtre du tube faisceau ou l'utilisation d'un verre moins dense que le verre standard utilisé dans la fabrication de la cible.

- A cause des petits angles de diffusion et du processus à deux étapes décrit plus haut, il est impossible de fabriquer une cible suffisamment longue pour que ses fenêtres soient hors de l'acceptance du spectromètres. L'installation de collimateurs près des fenêtres permet d'empêcher les électrons diffusant sur celles-ci d'atteindre le HRS. Sans ces collimateurs, l'électronique d'acquisition des données aurait été saturée par ces événements.

Tout comme pour E94-010 et E01-012, il est nécessaire d'interpoler entre les données prises à des énergies constantes afin d'obtenir des résultats à des valeurs fixées de  $Q^2$ . Les détails de l'expérience E97-110 peuvent être obtenus dans la thèse de V Sulkosky [165].

### 4.2.3 Hall B

#### 4.2.3.1 Les expériences

La structure en spin du nucléon est étudiée dans le hall B avec des cibles d'ammoniaque solide polarisées ( $^{15}\text{NH}_3$  et  $^{15}\text{ND}_3$ ), voir la publication de C D Keith et al [118]. Les deux groupes d'expériences dédiés à cette étude sont :

- EG1 qui a eu lieu en 1998 (EG1a) et 2000 (EG1b). Les portes-parole sont V Burkert, D Crabb et R Minehart (expérience sur le proton) et S Kuhn, G Dodge et M Taiuti (expérience sur le deutéron).
- EG4 qui a eu lieu en 2006 et est spécialisée dans la détection à angles avants (faible  $Q^2$ ). Son analyse est en cours. Les portes-parole sont M Ripani, M Battaglieri, A Deur et R DeVita (expérience sur le proton) et A Deur, G Dodge et K Slifer (expérience sur le deutéron).

#### 4.2.3.2 La cible polarisée d'ammoniaque

Les noyaux d'hydrogène ou de deutéron sont polarisés grâce à la technique de polarisation dynamique nucléaire, voir A Abragam et M Goldman [4] et la revue de D Crabb et W Meyer [64]. La polarisation typique a varié de 90% à 50% pour le  $\text{NH}_3$  et de 40% à 10% pour le  $\text{ND}_3$ . L'ammoniaque est refroidie à 1.2 K et les spins sont orientés par un champ magnétique de 5 T. Le champ est aligné avec la direction du faisceau incident.

#### 4.2.3.3 L'appareillage expérimental du hall B

La surface de la cible est balayée par le faisceau afin d'homogénéiser les effets de dépolarisations. L'énergie du faisceau est déduite des mesures faites dans les halls A et C. Son intensité est mesurée en permanence par une coupe de Faraday placée en fin de ligne faisceau.

---

50 cm de verre) où ils diffusent vers le spectromètre.

La luminosité est de  $10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  typiquement. Le spectromètre utilisé, nommé CLAS (*CE-BAF Large Acceptance Spectrometer*), possède un grand angle solide ( $2.5\pi \text{ Sr}$ ) bien adapté à l'étude de l'évolution en  $Q^2$  des moments. L'usage de base de CLAS est l'étude des réactions exclusives ou semi-exclusives. Néanmoins, dans ce document, nous laisserons de côté les résultats non-inclusifs bien que ceux-ci apportent également des informations sur la structure en spin du nucléon.

CLAS se compose de six bobines supraconductrices qui produisent un champ magnétique toroïdal. La détermination des caractéristiques des particules est réalisée par :

- Trois séries de chambres à fils pour la détermination du vertex, de la trajectoire, de l'impulsion et de la charge.
- Une couche de scintillateurs pour la mesure du temps de vol.
- Un ensemble compteur Čerenkov/calorimètre électromagnétique pour l'identification d'électrons. Après identification de l'électron, la contamination résiduelle par les  $\pi^-$  est inférieure à 1% du taux d'électrons.

Pour couvrir les angles avants, la cible fut reculée de 55 cm (EG1) et 101 cm (EG4) par rapport à la position standard dans CLAS. La fourchette d'angle polaire varie de  $8^\circ$  à  $50^\circ$  pour EG1 et de  $5^\circ$  à  $45^\circ$  pour EG4. Il faut noter que les données à angles très avants souffrent d'une faible efficacité de détection, en particulier dans le cas d'EG1. L'acceptance azimutale est d'environ 80%. L'impulsion minimale des électrons détectés est d'environ 0.3 GeV mais varie suivant les configurations.

La fonction de structure en spin  $g_1$  est évaluée par la méthode des asymétries<sup>7</sup> dans le cas d'EG1 alors qu'EG4 l'obtient par la méthode des différences de sections efficaces polarisées. Les résultats d'EG4 sont ainsi plus précis à bas  $Q^2$ .  $g_2$  n'est pas extrait car la cible ne peut être polarisée que longitudinalement<sup>8</sup>. L'asymétrie physique  $A_{||}$  est reliée à celle mesurée par  $A_{\text{mesure}} = A_{||}(P_b P_t DF)/C_N$ , où :

- $C_N=0.98$  traduit l'effet du proton de valence polarisé à l'intérieur du  $^{15}\text{N}$ .
- $P_b$  ( $P_t$ ) est la polarisation du faisceau (cible).
- $DF \simeq 0.15(0.2)$  pour le  $\text{NH}_3$  ( $\text{ND}_3$ ) est le facteur de dilution provenant du  $^{15}\text{N}$ , de l' $^4\text{He}$  et des fenêtres présentes sur la ligne faisceau.

$DF$  est estimé avec des données prises sur une cible de carbone ayant la même longueur de radiation que les cibles d'ammoniaque. La différence entre les noyaux de  $^{15}\text{N}$  et  $^{12}\text{C}$  est corrigée (cela demande une paramétrisation des sections efficaces du proton et du neutron). Des données sur l'azote  $^{15}\text{N}$  solide ont été prises durant EG1b.

Dans EG1, l'acceptance et l'efficacité des détecteurs s'annulent au premier ordre dans l'asymétrie. Les coupures d'acceptance ont été déterminées de façon à ce que les corrections

---

<sup>7</sup>Une analyse indépendante utilisant la technique de la différence des sections efficaces doublement polarisées a également été effectuée dans les cas d'EG1a et EG1b, voir les travaux de R Minehart [138]. Les résultats des deux méthodes sont en accord.

<sup>8</sup>Grâce à la grande couverture angulaire d'EG1 et EG4,  $g_2$  peut toutefois être extrait par séparation cinématique, cf formule 2.5. La précision obtenue étant limitée par rapport aux résultats des halls A et C, nous n'en discuterons pas ici.

de second ordre soient négligeables. Les corrections radiatives sur  $A_{||}$  sont faites en utilisant le programme RCSLACPOL [8], basé sur le même formalisme que POLRAD. Les sections efficaces sont paramétrées en utilisant les fonctions de NMC ajustées sur les données de fonctions de structure non polarisées [9] et les données polarisées de SLAC, CERN et HERMES [90]. La contribution des résonances est estimée grâce aux modèles phénoménologiques MAID de D Drechsel, S Kamalov et L Tiator [79] et AO de V Burkert et Z Li [50]. Dans le cas d'EG1, les corrections radiatives représentent 20% de l'incertitude systématique totale sur  $\Gamma_1$  à bas  $Q^2$  et 5% à grand  $Q^2$ .

Le même modèle est utilisé pour interpréter les données d'EG1 (i.e. extraire  $A_1$  et  $g_1$  à partir de  $A_{||}$ , voir page 15). Les fonctions de structure non polarisées  $F_2^p(x, Q^2)$  et  $R^p(x, Q^2)$  ont été mesurés au SLAC, (L Whitlow et al [174]) et à JLab (Y Liang et al [130]). La composante DIS de  $g_2$  est calculée avec l'équation (3.34) et la contribution des résonances est obtenue à partir de AO et MAID. L'incertitude systématique due au modèle prédomine sur l'incertitude systématique totale sur  $\Gamma_1$ . Elle contribue environ à 75% à bas  $Q^2$  et 50% à plus grand  $Q^2$  pour le proton, et 50% en moyenne pour le deutéron. Le même modèle est utilisé pour estimer la contribution non mesurée des hautes énergies à  $\Gamma_1^{p,d}$ . Les corrections nucléaires sont appliquées sur  $\Gamma_1^d$  pour obtenir  $\Gamma_1^n$  en corrigeant l'effet de l'état D de la fonction d'onde du deutéron :  $\Gamma_1^n = 2\Gamma_1^d/(1 - 1.5\omega_D) - \Gamma_1^p$ , avec la probabilité de l'état D  $\omega_D \simeq 0.05$ .

#### 4.2.4 Hall C

Une expérience portant sur la structure en spin du nucléon dans la région des résonances a eu lieu dans le hall C en 2000. Cette expérience est la seule des expériences de JLab discutées dans ce document à laquelle nous n'avons pas participé. Nous la décrivons brièvement ainsi que le hall C pour complément d'information.

Le hall C contient deux spectromètres de haute résolution : le HMS (*high momentum spectrometer*) dont l'impulsion maximale est de 7.5 GeV et le SOS (*short orbit spectrometer*) qui est limité à 1.8 GeV. Leurs résolutions relatives en impulsion sont inférieures à  $10^{-3}$ , leurs acceptances angulaires de 6 mSr et 9 mSr et leurs acceptances relatives en impulsion respectivement de 18% et 40%. Une cible d'ammoniaque polarisée pouvant supporter jusqu'à 100 nA est disponible. Elle a été utilisée pour l'expérience RSS (*resonance spin structure*) et sera utilisée également pour les expériences SANE et semi-SANE prévues pour 2008-2009 (voir chapitre 7)

L'expérience inclusive RSS a employé un faisceau d'une énergie de 5.76 GeV sur des cibles de  $^{15}\text{NH}_3$  et  $^{15}\text{ND}_3$  polarisées longitudinalement ou transversalement. Seul le HMS a été utilisé pour la détection des électrons. La couverture cinématique, donnée dans la figure 4.3, va jusqu'à  $W_{max}=2$  GeV à  $Q_{min}^2 = 0.8$  GeV<sup>2</sup> et  $W_{max}=1.8$  GeV à  $Q_{max}^2 = 1.6$  GeV<sup>2</sup>. Le  $\langle Q^2 \rangle$  moyen est de 1.3 GeV<sup>2</sup>. Les asymétries  $A_{||}$  et  $A_{\perp}$  ont été mesurées. Les résultats sur  $g_{1,2}^p$  et leurs moments sont rapportés dans F Wesselmann et al [173]. L'analyse sur le neutron est en cours. Les portes-parole de l'expérience sont O Rondon et M Jones.

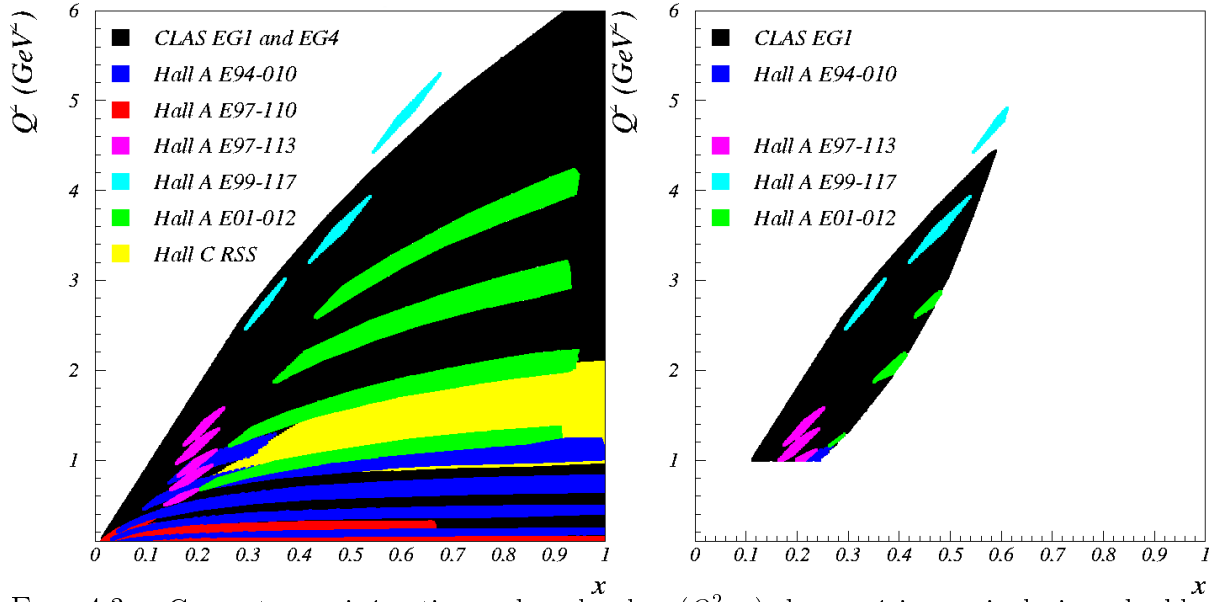


FIG. 4.3 – Couvertures cinématiques dans le plan  $(Q^2, x)$  des expériences inclusives doublement polarisées réalisées à JLab. A gauche : couverture complète. A droite : couverture limitée au DIS.

#### 4.2.5 Couvertures cinématiques des expériences

La figure 4.3 présente les couvertures cinématiques dans le plan  $(Q^2, x)$  des huit expériences réalisées à JLab. Le graphe de gauche montre la couverture complète alors que le graphe de droite montre la même couverture mais limitée au domaine cinématique du DIS, avec la définition standard :  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$  et  $W > 2 \text{ GeV}$ .

### 4.3 Conclusion

Nous avons présenté l'appareillage expérimental et les expériences doublement polarisées étudiant la structure en spin du nucléon à JLab. Les cinématiques des expériences de ce programme, cf figure 4.3, couvrent le spectre entier d'excitation du nucléon et une large fourchette en  $x$ . Malgré l'énergie modeste de JLab, la couverture cinématique du DIS est toutefois significative. Les données de JLab dominent maintenant les données mondiales sur  $g_1^{p,n}$  grâce de la haute luminosité des expériences, comme on peut voir sur la figure 4.2. Nous discuterons les résultats de ces expériences dans le prochain chapitre.

# Chapitre 5

## Récents résultats de Jefferson Lab

Les premiers résultats discutés sont ceux obtenus dans le DIS à grand  $x$  par les collaborations E99-117 et EG1. Ils exposent la région, relativement simple, des distributions de partons à grand  $x$ . Nous énumérons ensuite les résultats sur les fonctions de structure couvrant le domaine de transition entre les descriptions partonique et hadronique de l'interaction forte (expériences E94-010, EG1, RSS, E01-012 et E97-110). Ces résultats permettent de former des moments de fonctions de structure en spin et d'étudier des règles de somme. Après avoir discuté moments et règles de somme, nous présentons l'étude de twists supérieurs (E94-010-EG1, E97-103) et le phénomène étroitement lié de la dualité parton-hadron (E01-012, EG1). Nous concluons ce chapitre par une discussion sur la structure en spin du nucléon et l'apport des connaissances fourni par les résultats de JLab.

### 5.1 Résultats sur QCD perturbatif à grand $x$

#### 5.1.1 Les distributions de partons à grand $x$

La région des grands  $x$  apparaît comme relativement simple. Les fonctions représentant les distributions de partons, ajustées sur les mesures dans le DIS, permettent de constater que les distributions de quarks de la *mer de Dirac* et la distribution des gluons sont rapidement dominées par celles des trois *quarks de valence* (voir la figure 2.5, voir également la figure 1.1). Cette simplification permet l'utilisation des modèles de quarks constituants (voir page 20). La simplification à grand  $x$  permet également d'obtenir des prédictions absolues de QCD ainsi que la dépendance en  $x$  des observables. Ceci est un cas particulier car, comme nous l'avons vu dans les sections 2.2.1.1 et 2.2.2.2, pQCD prédit généralement<sup>1</sup> uniquement la dépendance

---

<sup>1</sup>Une autre exception est la région des  $x$  très petits. Dans ce domaine, pQCD additionnée de certains travaux modélisant la diffusion diffractive à petits  $x$  (Pomeron) conduit à l'équation de Balitsky, Fadin, Kuraev et Lipatov (BFKL). Elle donne l'évolution en  $x$  plutôt qu'en  $Q^2$  car  $Q^2$  n'est plus la variable pertinente. Néanmoins, la validité de l'évolution BFKL (et d'autres évolutions voisines : CCFM : Catani, Ciafaloni, Fiorani et Marchesini, DLL : *Double Leading Log*) n'est pas encore clairement établie.

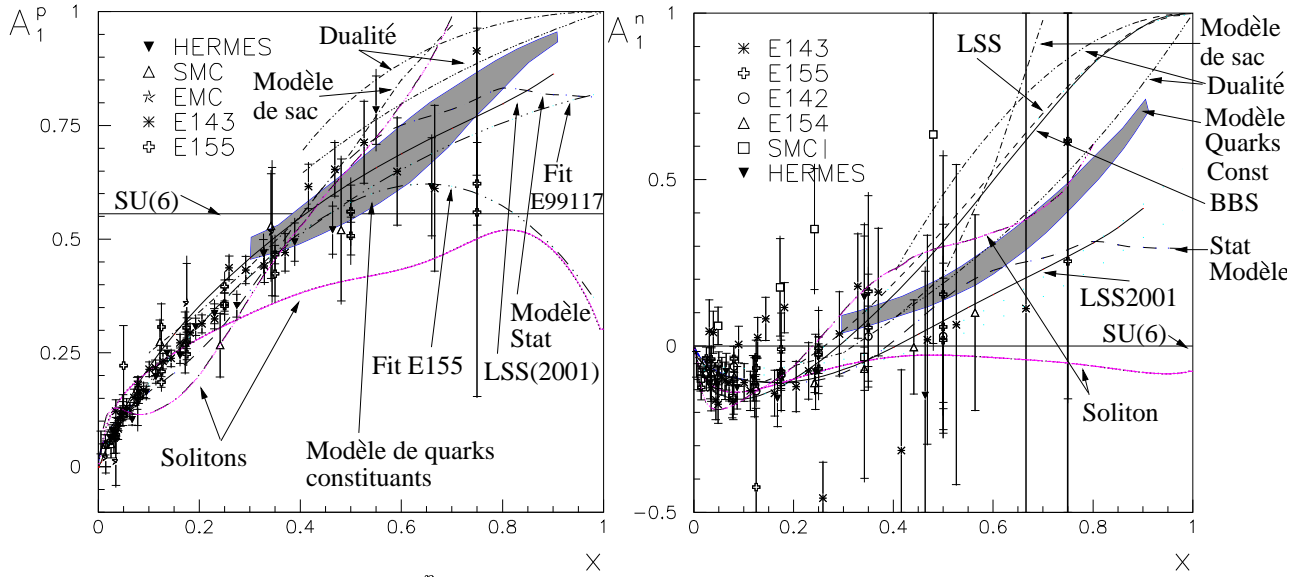


FIG. 5.1 – Données sur  $A_1^p$  (à gauche) et  $A_1^n$  (à droite) avant les expériences de JLab.

en  $Q^2$  d'observables. Cela rend la région des grands  $x$  particulièrement importante à étudier.

Cette région n'a été que récemment étudiée précisément. La figure 2.5 montre que les distributions de partons  $y$  sont petites. Cela entraîne de petites valeurs des fonctions de structure non polarisées. Par ailleurs, les facteurs cinématiques de la section efficace varient au premier ordre comme  $1/x$ . Les sections efficaces dans le DIS à grand  $x$  sont donc petites. Il est alors peu aisé d'y mener des mesures polarisées précises. La figure 5.1 illustre l'état des données mondiales sur l'asymétrie  $A_1$  (cf équation page 15 et équation 2.16 page 16) avant les expériences de JLab. On constate l'imprécision à grand  $x$ .

JLab, avec la haute luminosité de son instrumentation, permet pour la première fois d'accéder bien plus précisément à cette région.

### 5.1.2 pQCD dans le DIS à grand $x$

Dès 1975, G Farrar et D Jackson [87] avaient noté que, quand  $x \rightarrow 1$ , la diffusion de l'électron se fait sur un quark énergétique. Le processus peut alors être traité de façon perturbative. En supposant que les quarks soient dans un état  $S$ , c'est à dire qu'ils n'aient pas de moment angulaire orbital. Farrar et Jackson ont montré qu'un quark portant pratiquement toute l'impulsion du nucléon ( $x \simeq 1$ ) doit avoir la même hélicité que le nucléon. La démonstration est basée sur la conservation du moment angulaire. Cela implique  $A_1^p = 1$  et  $A_1^n = 1$  quand  $x \rightarrow 1$ . Ceci est une prédiction stricte de pQCD. La valeur de  $x$  à laquelle l'hypothèse d'un état  $S$  dominant est valide représente la seule inconnue. Nous en discutons à la fin de la section 5.1. Outre la contrainte  $A_1 = 1$  quand  $x \rightarrow 1$ , la fonction d'onde du nucléon donne la dépendance en  $x$  des distributions de quarks à grand  $x$ . Les résultats de BBS (S Brodsky, M

Burkardt et I Schmidt [47]) et LSS (E Leader, A Sidorov et D Stamenov [126]), représentés sur la figure 5.1, sont des fonctions ajustées sur les données expérimentales et incluant ces deux contraintes.

### 5.1.3 Prédictions du modèle des quarks constituants dans le DIS à grand $x$

La modélisation du nucléon comme composé de trois quarks constituants est possible par le fait que seuls les quarks de valence sont importants dans le DIS à grand  $x$ . Ce nombre fini de constituants du nucléon ainsi que l'hypothèse de la validité de la symétrie SU(6) prête à la fonction d'onde du nucléon une forme simple, voir par exemple le livre de F Close [59]. On prédit alors  $A_1^p = 5/9$  et  $A_1^n = 0$ . Les données de la figure 5.1 ne contredisent pas ces résultats à grand  $x$ . On sait cependant grâce à de multiples résultats expérimentaux que SU(6) est brisée. La différence de masse entre le nucléon ( $M = 0.938$  GeV) et la résonance  $\Delta$  ( $M_\Delta = 1.232$  GeV) ainsi que le rapport  $F_2^n/F_2^p$  qui est prédit constant à une valeur de  $2/3$  mais qui expérimentalement varie avec  $x$  (figure 5.2) le montre clairement.

L'échange d'un gluon ("interaction hyperfine" de pQCD, voir page 20) explique naturellement la brisure de SU(6). La différence de masse de 0.3 GeV entre le nucléon et le  $\Delta$  s'explique alors par cette interaction. Elle implique également une prédiction différente pour  $A_1$  : On a, dans la limite  $x \rightarrow 1$ ,  $A_1^p = 1$  et  $A_1^n = 1$  en accord avec la prédiction de pQCD, c.f. section 5.1.2. Une étude systématique des prédictions du modèle des quarks constituants amélioré avec l'interaction hyperfine a été conduite par N Isgur [105]. Les résultats sont données par les bandes grises sur la figure 5.1.

### 5.1.4 Autres prédictions

Il existe de nombreuses autres prédictions de modèles prédisant la valeur de  $A_1$  (ou, de façon équivalente,  $g_1$ ) à grand  $x$ .

- Le modèle statistique de C Bourrely, J Soffer et F Buccella [45]. Dans ce modèle, le nucléon est fait d'un gaz de fermions et bosons en équilibre à une température déterminée empiriquement.

- La dualité hadron-parton connecte les facteurs de forme aux fonctions de structure du DIS, voir section 5.9. Les facteurs de forme du nucléon à grand  $x$  (réaction élastique,

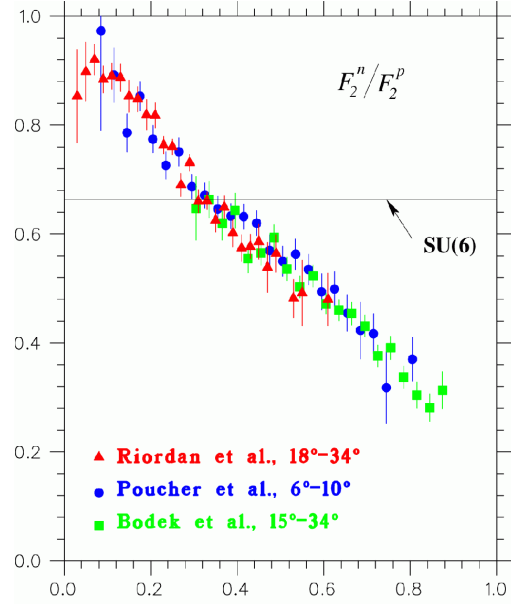


FIG. 5.2 – Le rapport  $F_2^n/F_2^p$  extrait des données du SLAC, d'après A Bodek et al [42]. La prédiction à grand  $x$  de SU(6) est  $F_2^n/F_2^p = 2/3$ .



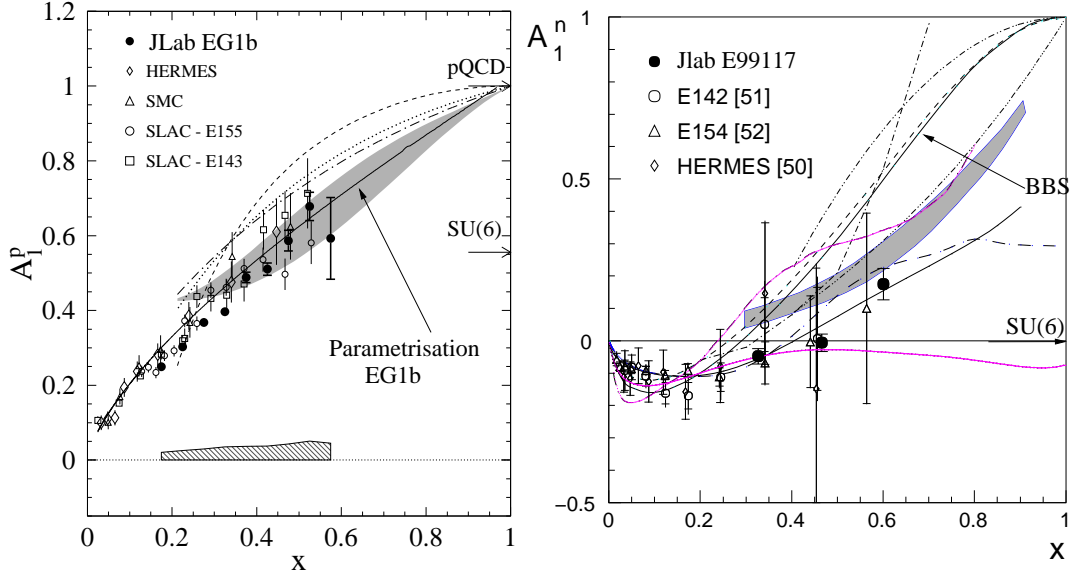


FIG. 5.3 – Résultats de JLab (hall A E99-117, X Zheng et al [180] et hall B EG1, K Dharmawardane et al [76]).

résonance  $\Delta$ ) étant bien connus, on peut en déduire les fonctions de structure (DIS) au même  $x$ , sous réserve de la validité de la dualité hadron-parton. Ces travaux sont dus à F Close et W. Melnitchouk [61].

- Modèle des instantons de N Kochelev [122] (voir page 80 pour une description de ce modèle).

- Le modèle des solitons chiraux de M Wakamatsu [168] et de H Weigel, L Gamberg, H Reinhardt et O Schroder [170]. Ces modèles sont également basés sur le concept d'instanton. Le nucléon y est vu comme un soliton chirale.

- Modèle du sac de quarks. Dans ce modèle, trois quarks libres sont confinés dans une sphère du diamètre du nucléon. Le confinement est assuré par la condition aux limites imposant que le courant vectoriel des quarks s'annule sur la surface de la sphère. Les calculs sont dus à C Boros et A Thomas [43].

Les divers résultats sont portés sur la figure 5.1, d'après la thèse de X Zheng [178] et le papier d'archive de X Zheng et al [180].

### 5.1.5 Résultats sur $A_1$

Les résultats des collaborations E99-117 et EG1b, présentés sur la figure 5.3, montrent que **la symétrie SU(6) est brisée**. C'est une confirmation d'un fait déjà connu. Plus important, **on voit que la dépendance en  $x$  de  $A_1$  est bien reproduite par le modèle de quarks constituants**. L'existence d'un décalage systématique dans le cas de  $A_1^n$  pour  $x < 0.4$  pourrait venir de l'absence de quarks de la mer dans le modèle. D'autre part,

la fonction BBS,<sup>2</sup> ajustée sur les données antérieures à JLab et qui utilise les contraintes de pQCD au premier ordre, est en désaccord pour les valeurs de  $A_1^n$ . Elle est également incompatible avec leur dépendance en  $x$ . **Cette différence entraîne que le moment angulaire orbital des quarks  $L_Z$  à grand  $x$  est important.** Nous le discutons dans la section suivante.

### 5.1.6 Décomposition en saveurs des distributions de partons polarisées

Si l'on néglige les quarks de la mer de Dirac alors  $F_1$  et  $g_1$  s'expriment en fonctions de quatre distributions de partons polarisées :  $u^+$ ,  $u^-$ ,  $d^+$  et  $d^-$  (voir équations 2.24 et 2.26). Les quatre fonctions  $F_1^p$ ,  $F_1^n$ ,  $g_1^p$  et  $g_1^n$  étant aujourd'hui mesurées avec précision dans le DIS à grand  $x$ , les quatre distributions  $u^+$ ,  $u^-$ ,  $d^+$  et  $d^-$  peuvent en être extraites, voir X Zheng et al pour l'expérience E99-117 [180], K Dharmawardane et al pour l'expérience EG1b [76] et H Avakian, S Brodsky, A Deur et F Yuan [24] pour une analyse globale. En pratique, les rapports  $\Delta u/u \equiv (u^+ - u^-)/(u^+ + u^-)$  et  $\Delta d/d$  ont été publiés car E99-117 et EG1 ont mesuré l'asymétrie  $A_1 \simeq g_1/F_1$ . Les résultats sont présentés sur la figure 5.4. Les distributions simples  $u^+$ ,  $u^-$ ,  $d^+$  et  $d^-$  ont été extraites dans le cadre de l'étude de H Avakian, S Brodsky, A Deur et F Yuan [24]. Elles n'ont pas été publiées.

Par soucis de clarté, seules les mesures les plus précises de JLab, d'HERMES<sup>3</sup> et du SLAC sont rapportées. La fonction LSS ajustée sur les données et contrainte par les prédictions de pQCD au premier ordre ( $L_Z = 0$ ), est représentée sur la figure.

Les données expérimentales sur  $\Delta d/d$ , présentées sur la figure 5.4, sont négatives. Cependant, le calcul de pQCD au premier ordre (pQCD LO) prédit  $\Delta d/d \rightarrow 1$ . Les fonctions BBS/LSS ajustées sur les données mondiales et contraintes par pQCD à grand  $x$  prévoient un changement de signe vers  $x = 0.5$ , clairement en désaccord avec les données. Puisque pQCD est bien testée, **on en déduit le rôle important joué par le moment angulaire**

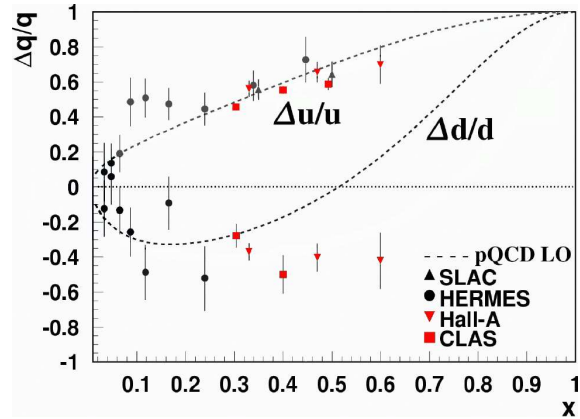


FIG. 5.4 – Données mondiales sur  $\Delta u/u$  et  $\Delta d/d$  et la fonction LSS contrainte par pQCD au premier ordre (LO pQCD). Dans ce contexte particulier, “premier ordre” désigne l’approximation  $L_Z = 0$  et non le premier ordre de l’évolution en  $Q^2$  de pQCD).

<sup>2</sup>Disponible uniquement pour le neutron.

<sup>3</sup> $\Delta u/u$  et  $\Delta d/d$  provenant de HERMES peuvent être extraits à petit  $x$  car une méthode d’extraction différente basée sur des résultats semi-inclusifs est utilisée.

orbital des quarks  $L_z$ .

Ces calculs ont été étendus récemment<sup>4</sup> pour inclure les états pour lesquels  $|L_z| = 1$  dans la fonction d'onde du nucléon. La fonction ajustée sur les données mondiales et contrainte par ces calculs est en accord avec les données, voir figure 5.5. Ce travail montre l'importance du moment orbital des quarks. Cependant, la relation entre l'effet des états  $|L_z| = 1$  à grand  $x$  et la contribution du moment angulaire orbital des quarks  $\Delta L$  au spin du nucléon reste à découvrir. Pour l'établir, il faudrait également connaître la fonction d'onde du nucléon à petits  $x$ . Pour une discussion sommaire sur  $\Delta L$ , voir section 4.1.

Le fait que  $\Delta d/d$  soit négatif est en accord avec les différents modèles (voir figure 5.1, nous ne les avons pas représentés sur la figure 5.4 par soucis de clarté).

## 5.2 Résultats sur $g_1$ , $g_2$ , $A_1$ , $A_2$ , $\sigma_{TT}$ et $\sigma'_{LT}$

Si  $F_1$  et  $F_2$  sont connus, les trois couples  $g_1$  et  $g_2$ ,  $A_1$  et  $A_2$  et  $\sigma_{TT}$  et  $\sigma'_{LT}$  contiennent les mêmes informations sur le spin du nucléon. Nous les présentons dans cette section, mis à part :

- Les mesures de  $A_1^p$  et  $A_1^n$  à grand  $x$ . Elles ont été présentées dans la section 5.1. Des résultats sont également disponibles pour  $A_1^d$  (expérience EG1b, K Dharmawardane [76]) et  $A_2^n$  (expérience E99-117, X Zheng et al [179,180]). On discutera  $A_2^n$  dans la section 5.9.
- Les mesures sur  $g_1^p$  et  $g_1^d$  dans le DIS à petit et  $x$ . Elles ne sont pas présentées car trop nombreuses. Néanmoins, leur impact sera discuté dans la section 5.2.2.
- Les mesures de  $g_1^p$  et  $g_1^d$  dans la région des résonances (expériences EG1b et RSS). Elles sont discutées dans la section 5.9. Les résultats sur  $A_1^p$ ,  $A_1^{3He}$ ,  $g_1^{3He}$ ,  $A_2^p$ ,  $A_2^{3He}$  et  $\Gamma_1^n$  dans la région des résonances (expériences E01-012, E94-010 et E97-110) sont également présentés.
- Les mesures de  $g_2^p$  (expérience RSS) et  $g_2^n$  (expériences E97-104, E99-117, E01-012 et RSS). Elles sont discutées dans la section 5.8.

### 5.2.1 Résultats sur $\sigma_{TT}$ et $\sigma'_{LT}$ sur $^3\text{He}$

Les résultats sur  $\sigma_{TT}$  et  $\sigma'_{LT}$  aux  $Q^2$  intermédiaires (expérience E94-010 [14], [152]) et aux bas  $Q^2$  (expérience E97-110, résultats préliminaires de la thèse de V Sulkosky [165]) sont

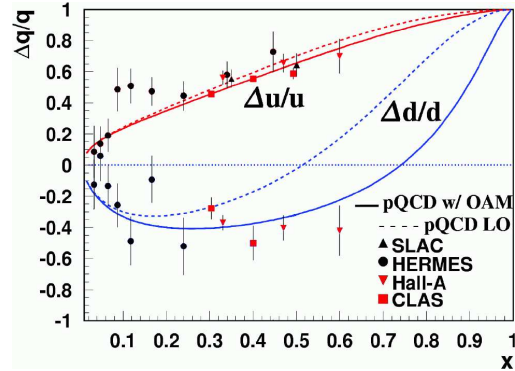


FIG. 5.5 – Comme figure 5.4 mais avec les contraintes de pQCD au second ordre (ligne continue) en plus des calculs au premier ordre (ligne discontinue). Dans notre contexte, “premier ordre” désigne l’approximation  $L_Z = 0$ . Le second ordre inclut les contributions des états de la fonction d’onde du nucléon pour lesquels  $L_Z = 1$ .

<sup>4</sup>Les détails sont donnés dans la publication de H Avakian, S Brodsky, A Deur et F Yuan [24] que nous incluons dans l’annexe 1 de ce document.

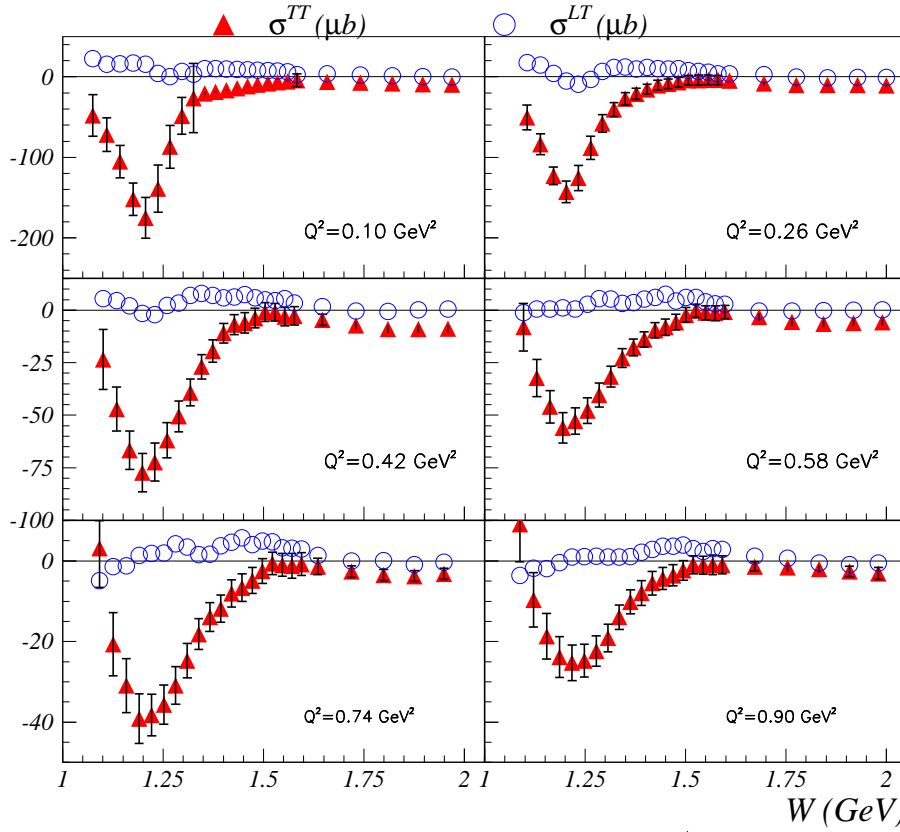


FIG. 5.6 – Sections efficaces partielles d’électroproduction sur  ${}^{13}\text{He}$   $\sigma_{TT}$  et  $\sigma'_{LT}$  à  $Q^2$  intermédiaire (expérience E94-010). La convention de Hand a été utilisée pour l’énergie équivalente du photon virtuel [152].

présentés respectivement sur les figures 5.6 et 5.7. Les résultats présentés ici concerne  ${}^{13}\text{He}$  et non le neutron<sup>5</sup>. Ces données permettent de former les règles de somme sur le neutron et  ${}^{13}\text{He}$  discutées dans les sections 5.3 et 5.5.

#### 5.2.1.1 La section efficace d’interférence transverse-transverse $\sigma_{TT}$

La section efficace partielle  $\sigma_{TT}$  présente un grand pic négatif autour de la résonance  $\Delta_{1232}$ . Il est visible sur tout le domaine en  $Q^2$  couvert par les deux expériences (0.04 à 0.90  $\text{GeV}^2$ ). Les contributions des autres régions de résonances sont également négatives mais d’amplitudes beaucoup plus faibles.

<sup>5</sup>A ces bas  $Q^2$  on ne sait pas encore extraire l’information sur le neutron pour des quantités non intégrées telles que  $g_1$  ou  $\sigma_{TT}$ . Néanmoins, comme les protons interviennent au second ordre dans  ${}^{13}\text{He}$  polarisé, les résultats sur  $g_{1,2}^{3\text{He}}$  et  $\sigma_{TT,LT}^{3\text{He}}$  sont indicatifs de ceux qu’on obtiendrait sur le neutron.

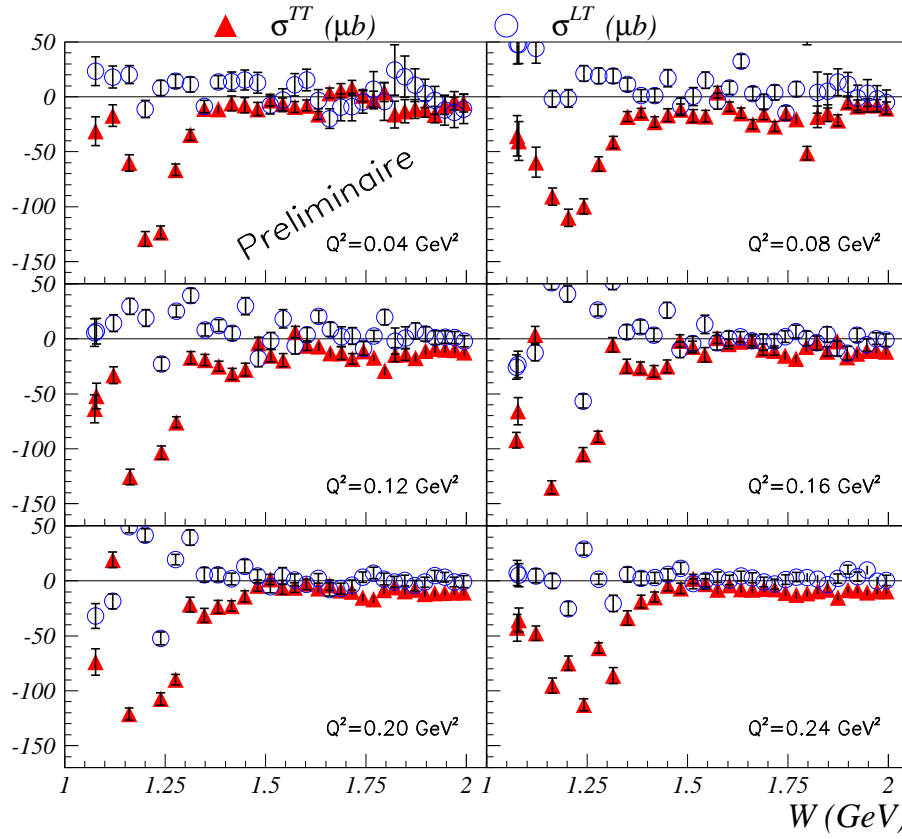


FIG. 5.7 – Résultats préliminaires sur les sections efficaces partielles d'électroproduction sur  $l^3\vec{He}$   $\sigma_{TT}$  et  $\sigma'_{LT}$  à petit  $Q^2$  (expérience E97-110). La convention de Hand a été utilisée pour l'énergie équivalente du photon virtuel. Seules les incertitudes statistiques sont figurées.

La prédominance du  $\Delta$  s'explique par le fait que c'est une résonance de spin  $3/2$  et que la transition est largement transverse (voir discussion sur  $\sigma_{LT}$  dans la section suivante). On a  $\sigma_{TT} = (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)/2$ , où les labels  $1/2$  et  $3/2$  réfèrent au spin de l'état intermédiaire. Si celui-ci est le  $\Delta$ ,  $\sigma_{TT}$  est maximal et négatif<sup>6</sup>.

La dépendance de  $\sigma_{TT}$  avec  $W$  amène l'intégrale de Gerasimov-Drell-Hearn généralisée ( $\propto \int \sigma_{TT}/\nu d\nu$ ) à être pratiquement dominée à nos  $Q^2$  par la contribution du  $\Delta$  (rappelons que  $W \propto \nu$ ). La contribution du  $\Delta$  est de plus amplifiée par le facteur  $1/\nu$ . Cet effet croît encore pour la règle de somme définissant la polarisabilité généralisée  $\gamma_0$  (équation 3.8) et toutes autres relations impliquant des moments d'ordres supérieurs.

### 5.2.1.2 La section efficace d'interférence longitudinale-transverse $\sigma'_{LT}$

La section efficace partielle  $\sigma'_{LT}$  montre peu de structures comparée à  $\sigma_{TT}$  et notablement une absence de pic au niveau du  $\Delta$ . (Les valeurs relativement grandes de  $\sigma'_{LT}$  vers  $W \simeq 1$  GeV pour les données d'E97-110 sont sans doute à imputer à la queue quasi-élastique.) La contribution des résonances est maintenant distinctement positive.

**L'absence de structure notable au niveau du  $\Delta$  montre que la transition vers le  $\Delta$  est principalement un renversement de spin (transition dipolaire  $M_{1+}$ , voir l'interprétation dans le modèle des quarks constituants page 20), c'est à dire qu'elle est induite par des photons virtuels de polarisation transverse. Les photons longitudinaux, eux, n'étant presque pas impliqués, la section efficace partielle d'interférence longitudinale-transverse,  $\sigma_{LT}$ , est pratiquement nulle.**

## 5.2.2 Impact des résultats inclusifs de JLab sur les paramétrisations des distributions de partons

Une partie importante des données inclusives doublement polarisées de JLab se situe dans la région du DIS, voir figure 4.1. Les données peuvent être utilisées pour contraindre les distributions de partons polarisées  $\Delta q$ ,  $\Delta \bar{q}$  et  $\Delta G$ . Cependant, comme la majorité des données de JLab se situe à  $Q^2$  modéré, il faut s'assurer que les termes de twists supérieurs sont sous contrôle. Cela établi, on pourra extraire les distributions de partons polarisées. Ce travail a été mené par E Leader, A Sidorov et D Stamenov (LSS) [127]. Leur étude des twists supérieurs est discutée dans la section 5.7.6. L'inclusion des données de E99-117 et surtout d'EG1b a permis de contraindre significativement les distributions de partons polarisées. Les incertitudes<sup>7</sup> sur les paramétrisations des distributions de partons polarisées LSS05 et LSS06 sont présentées sur la figure 5.8. LSS06 inclut les nouvelles données inclusives de l'expérience

---

<sup>6</sup>On note que quand  $Q^2$  grandit, la symétrie chirale est restaurée et le terme  $\sigma_{1/2}^T$  devrait dominer (renversements de spin interdits). Nous pourrions le vérifier sur les données de E01-012 qui couvrent la fourchette en  $Q^2$  de 1 à 3 GeV<sup>2</sup> (section sur la dualité hadron-parton 5.9).

<sup>7</sup>Les valeurs centrales des distributions n'ont pas notablement changé par rapport à LSS05, excepté pour  $\Delta G$  pour laquelle l'amplitude décroît d'environ 1/3.

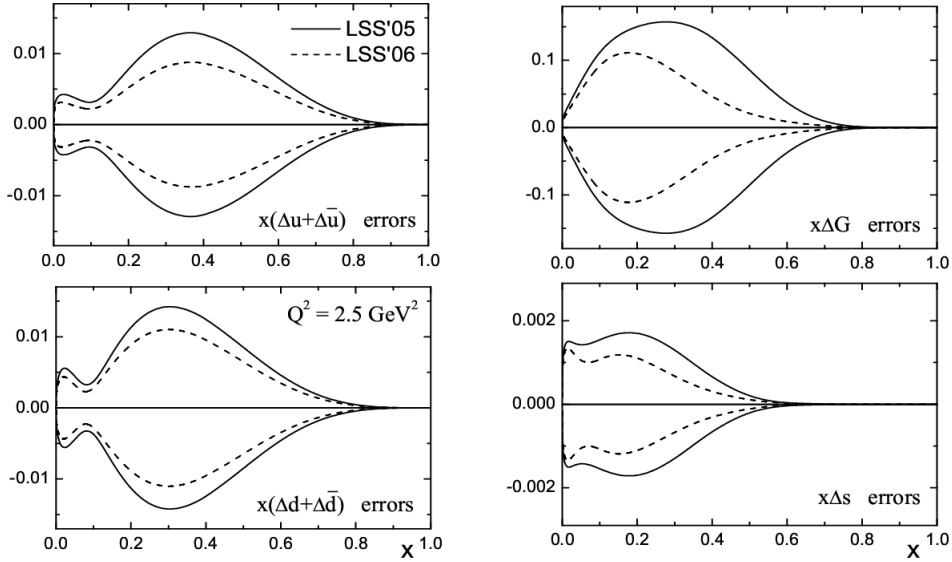


FIG. 5.8 – Incertitudes sur la paramétrisation des distributions de partons polarisées. La courbe continue est le résultat de la paramétrisation LSS05 et la courbe discontinue celle de LSS06 incluant les nouvelles données de COMPASS et d’EG1b.

COMPASS [62] du CERN et les données d’EG1b. On constate une amélioration significative de la précision. Les améliorations à très petit  $x$  et sur  $\Delta s$  sont dues à COMPASS. Les autres progrès proviennent de EG1b. En particulier, **l’erreur sur  $\Delta G$ <sup>8</sup> est diminuée d’un facteur 2 vers  $x = 0.3$  et d’un facteur 4 vers  $x = 0.5$ . L’amélioration importante de la précision sur  $\Delta G$  ainsi que de celles sur  $\Delta u$  et  $\Delta d$  est un résultat inattendu de JLab car son énergie n’était pas initialement prévue pour ce type d’étude.** C’est le peu d’influence *globale* des twists supérieurs qui a en partie permis d’obtenir ces résultats. Nous discutons ce sujet en détail dans la section 5.7.

### 5.3 Résultats sur l’intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn pour le neutron

L’intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn  $I_{TT}(Q^2)$  pour le neutron a été obtenue par les collaborations E94-010 [14] et E97-110 [165] (figure 5.9). Les données sont intégrées depuis le seuil de production du pion jusqu’à  $W = 2.0$  GeV. L’intégrale complète est obtenue avec la paramétrisation de N Bianchi et E Thomas [33] pour  $W > 2$  GeV. L’incertitude correspondante est comprise dans la bande d’erreur systématique. Les résultats de E97-

<sup>8</sup>Les données inclusives de diffusion de leptons polarisés sur cible polarisée sont indirectement sensibles à  $\Delta G$  car la distribution de gluons entre en jeu dans les corrections radiatives de pQCD (voir les deux graphes au bas de la figure 2.6). L’analyse de la dépendance en  $Q^2$  des données de twist dominant permet ainsi de contraindre  $\Delta G$ .

110 sont encore préliminaires. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude statistique ; Les erreurs systématiques sont indiquées par les bandes grises.

Ces données indiquent que  $I_{TT}(Q^2)$  décroît régulièrement quand  $Q^2$  décroît de 7.5 à 0.1  $\text{GeV}^2$  pour ensuite remonter entre  $Q^2 = 0.1$  et 0.04  $\text{GeV}^2$ . A  $Q^2 = 0$ , la prédiction de la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn,  $I_{TT}(0) = -232.8 \mu\text{b}$ , est indiquée par une flèche. Les extensions à  $Q^2 > 0$  obtenues par deux types de calculs en perturbations chirales sont indiquées. Le premier type, de X Ji, C Kao et J Osborne utilise l'approximation de baryons lourds [114] (ligne mixte) et le second est un calcul relativiste de V Bernard, N Kaiser et U Meissner [29] (ligne pointillée). La bande jaune représente les calculs de Bernard, Kaiser et Meissner incluant de façon phénoménologique l'effet des résonances [30]. Cette contribution induit une importante erreur systématique due aux incertitudes sur les paramètres des résonances. **Les résultats préliminaires de E97-110 sont en désaccord avec les calculs en perturbations chirales. Ce désaccord vient du fait que ces calculs sont encrés à  $Q^2 = 0$  sur la prédiction de la règle de somme de GDH. Les valeurs absolues des données de E94-010 et E97-110 sont plus grandes que la prédiction du modèle phénoménologique MAID<sup>9</sup> [79]. Les résultats préliminaires de E97-110 indiquent un point d'inflexion aux alentours de celui prévu par MAID.** Une extrapolation de ces résultats vers  $Q^2 = 0$  implique une violation de la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron. Ces désaccords pourraient être dus à la nature préliminaire des données. En particulier, la figure 5.7 montre la présence d'une contamination de signe positif du pic quasi-élastique. Les corrections des contaminations venant des pics élastiques et quasi-élastiques sont, à cette étape de l'analyse, très rudimentaires. De même, les effets nucléaires n'ont pas été étudiés à ces faibles  $Q^2$ .

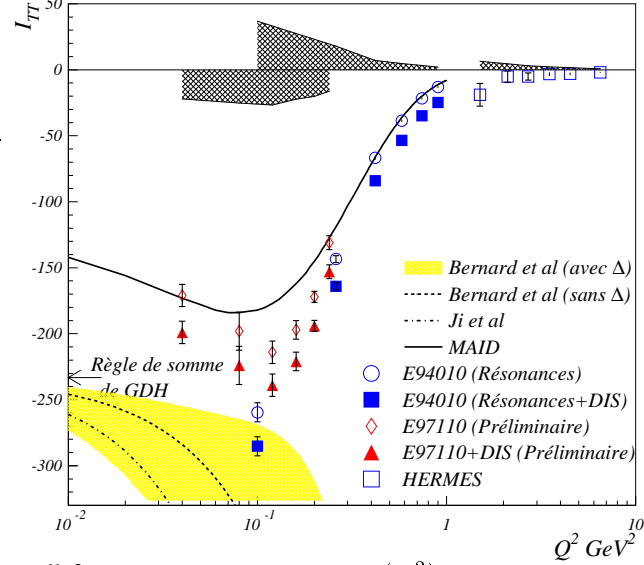


FIG. 5.9 – Résultats sur  $I_{TT}(Q^2)$  sur le neutron (cible d' $^3\text{He}$ ). Les calculs en perturbations chirales sont ancrés sur la prédiction de la règle de somme de GDH (flèche).

Une extrapolation de ces résultats vers  $Q^2 = 0$  implique une violation de la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron. Ces désaccords pourraient être dus à la nature préliminaire des données. En particulier, la figure 5.7 montre la présence d'une contamination de signe positif du pic quasi-élastique. Les corrections des contaminations venant des pics élastiques et quasi-élastiques sont, à cette étape de l'analyse, très rudimentaires. De même, les effets nucléaires n'ont pas été étudiés à ces faibles  $Q^2$ .

<sup>9</sup>Celui-ci inclut uniquement les contributions à  $I_{TT}(Q^2)$  pour  $W \leq 2 \text{ GeV}$ . Il doit donc être comparé avec les données indiquées par les symboles vides



## 5.4 Premiers moments de $g_1$ et $g_2$ et intégrale de Bjorken

Les intégrales<sup>10</sup>  $\bar{\Gamma}_1^p$ ,  $\bar{\Gamma}_1^n$ ,  $\bar{\Gamma}_2^n$  et  $\bar{\Gamma}_1^{p-n}$  sont présentées dans la figure 5.10 avec les données plus anciennes du SLAC [19, 1, 2, 20, 22] et d'HERMES [5, 11].

### 5.4.1 Extractions des premiers moments de $g_1$

#### 5.4.1.1 Les moments $\Gamma_1^p$ , $\Gamma_1^n$ , $\Gamma_1^d$

Les intégrales  $\bar{\Gamma}_1 \equiv \int_0^1 g_1 dx$  sont construites en sommant  $g_1$  depuis le seuil de pion jusqu'à  $W_{max} = 2.6$  GeV (EG1b), 2 GeV (E94-010 et E97-110) ou 1.93 GeV (E01-012). Les intégrales incluent aussi une estimation de la contributions au delà de  $W_{max}$ <sup>11</sup>. La plus petite barre d'erreur représente l'incertitude statistique. La plus grande représente la somme quadratique des incertitudes statistique et systématique.

#### 5.4.1.2 L'intégrale de Bjorken $\Gamma_1^{p-n}$

Les données sur le proton et le neutron peuvent être combinées afin de former le moment non-singlet de saveur  $\Gamma_1^p - \Gamma_1^n$ . Il est déterminé dans la limite de Bjorken par la règle de somme de Bjorken [36] (équation 3.28) formellement valide à  $Q^2 \rightarrow \infty$ . Celle-ci est généralisée à des valeurs finies de  $Q^2$  en utilisant l'OPE. Cela conduit à une évolution en  $Q^2$  à l'ordre de twist dominant relativement simple dans laquelle seuls les coefficients non-singlets subsistent :

$$\int_0^1 (g_1^p - g_1^n) dx = \frac{g_a}{6} \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.21 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 + \dots \right] + O\left(\frac{1}{Q^2}\right). \quad (5.1)$$

La règle de somme est vérifiée expérimentalement. L'expérience la plus précise (SLAC E155 [20]) a mesuré  $\Gamma_1^{p-n} = 0.176 \pm 0.003 \pm 0.007$  à  $Q^2 = 5$  GeV<sup>2</sup>, à comparer avec la prédiction de la règle de somme évoluée à  $Q^2 = 5$  GeV<sup>2</sup> :  $\Gamma_1^{p-n} = 0.182 \pm 0.005$ .

**5.4.1.2.1 Avantages de l'intégrale de Bjorken** Considérer un objet non-singlet de saveur amène certaines simplifications. La contribution de la résonance  $\Delta$  disparaît. Ceci conduit à des prédictions plus solides des calculs en perturbations chirales comme signalé par V Burkert [52]. En conséquence le domaine en  $Q^2$  de validité de ces calculs est étendu. De plus, un moment non-singlet de saveur est plus simple à calculer dans le cadre de QCD sur réseau puisque il n'inclut pas la contribution des diagrammes déconnectés qui sont difficiles à

<sup>10</sup>la barre coiffant  $\Gamma_1$  indique que la contribution élastique n'est pas incluse dans l'intégrale.

<sup>11</sup>Dans le cas des résultats de E01-012 l'intégrale est dominée par la contribution au delà de  $W_{max}$  (comparer avec figure 5.31). Elle dépend donc largement de la paramétrisation choisie. Nous incluons ces résultats pour être complets mais ne les discuterons plus ni ne les inclurons dans l'analyse des termes de twists supérieurs.

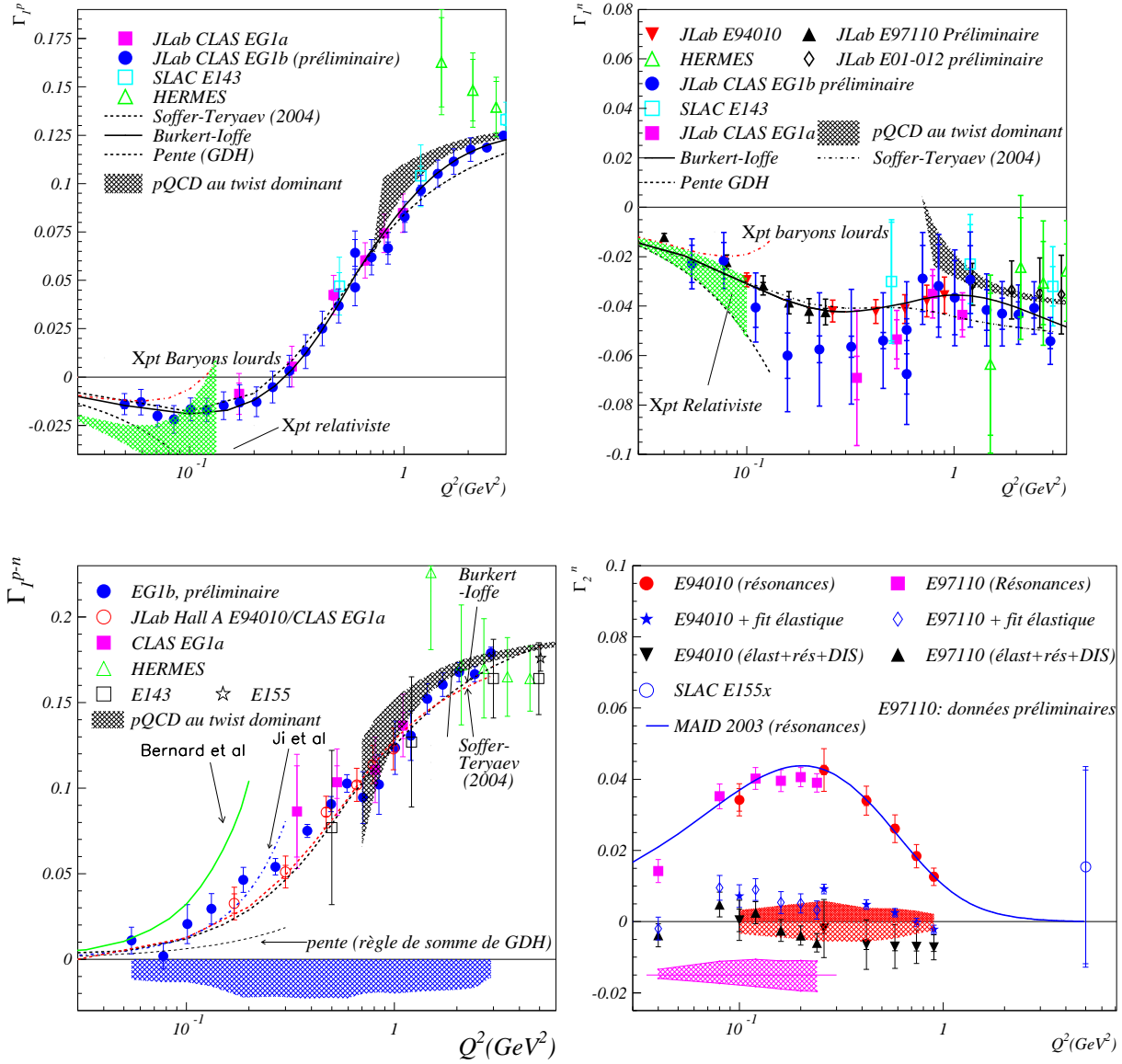


FIG. 5.10 – Les premiers moments  $\bar{\Gamma}_1^p$  (en haut à gauche),  $\bar{\Gamma}_1^n$  (en haut à droite) et l'intégrale de Bjorken (en bas à gauche). Les dérivées à  $Q^2=0$  sont prédites par la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn. Les résultats de Soffer-Teryaev et Burkert-Ioffe sont basés sur des modèles phénoménologiques. L'évolution en  $Q^2$  à twist dominant des moments est donnée par la bande grise. Les lignes continues et bandes à bas  $Q^2$  sont les prédictions des calculs en perturbations chirales.  $\Gamma_2^n$  est donné en bas à droite.  $\Gamma_2^n$  n'est pas reporté sur la figure : seuls deux points existent (SLAC E155x à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  [22] et l'expérience RSS de JLab dans le Hall C à  $Q^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$ .)

calculer. Ainsi, l'intégrale de Bjorken est particulièrement adaptée pour tester les techniques

d'OPE, de réseau et de calculs chiraux utilisées pour étudier la transition entre les degrés de liberté partoniques et hadroniques.

**5.4.1.2.2 Données disponibles** L'intégrale de Bjorken  $\bar{\Gamma}_1^{p-n}$  a d'abord été extraite des données publiées par E94-010 (hall A) et EG1a (hall B) par A Deur et al [68]. Nous incluons cette publication dans l'annexe 2. Les nouvelles données de EG1b de K Dharmawardane et al [76], P Bosted et al [44] et Y Prok et al [145] ont été utilisées plus récemment par A Deur et al [74] pour extraire  $\bar{\Gamma}_1^{p-n}$ . Les résultats sont d'une précision similaire mais sur une fourchette en  $Q^2$  plus étendue, aussi bien à grand qu'à petit  $Q^2$  : Le  $Q^2$  minimal est diminué de plus d'un facteur trois comparé aux données d'E94-010-EG1a alors que le  $Q^2$  maximal est augmenté d'un autre facteur trois. Les données sont tabulées dans la note d'analyse de A Deur [73]. Le document [74] est inclus en annexe 3. Les données de E97-110 et EG1b pourront être combinées pour un résultat plus précis. Ce travail n'est pas encore disponible car les résultats de E97-110 sont encore préliminaires.

## 5.4.2 Comparaison des données et des calculs

A  $Q^2=0$ , la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn prédit les dérivées des premiers moments de  $g_1$  (lignes pointillées). La déviation par rapport aux pentes à bas  $Q^2$  peut être calculée en perturbations chirales. Les calculs de Ji, Kao et Osborne [114] et de Bernard, Kaiser et Meissner, incluant les degrés de liberté de mésons vecteurs et du  $\Delta$  ([30]) et sans les inclure ([29]) sont donnés sur la figure 5.10. **Pour le proton et le neutron les calculs en baryons lourds sont compatibles à bas  $Q^2$  jusqu'à 0.06 GeV<sup>2</sup> (proton et somme de Bjorken) et 0.04 GeV<sup>2</sup> (neutron). L'accord avec les calculs relativistes est moins bon.** Des comparaisons quantitatives reposant sur une fonction ajustant les données sont rapportées dans les publications de Y Prok et al [145] et A Deur et al [74]. Par soucis de clarté, nous n'avons pas porté sur les figures les résultats intégrés jusqu'à  $W_{max}$  ni les prédictions du modèle phénoménologique MAID. Nous avons cependant fait les comparaisons<sup>12</sup>. Le modèle ne reproduit pas  $\bar{\Gamma}_1^p$ ,  $\bar{\Gamma}_1^n$  et  $\bar{\Gamma}_1^{p-n}$ . **MAID prédit un signe opposé pour la dérivée sur  $\bar{\Gamma}_1^{p-n}$  à cause de son estimation trop faible de l'intégrale de Gerasimov-Drell-Hearn sur le neutron à  $Q^2 = 0$ . Ce désaccord montre l'importance d'autres contributions, non-incluses dans le modèle.**

Les autres calculs disponibles proviennent de J Soffer et O Teryaev<sup>13</sup> [160] et de V Burkert et B Ioffe<sup>14</sup> [51]. **Les modèles phénoménologiques sont en bon accord avec**

<sup>12</sup>MAID [79] n'inclut que les résonances et doit donc être comparé avec les sommes intégrées jusqu'à  $W_{max}$ .

<sup>13</sup>Ce modèle repose sur la faible dépendance en  $Q^2$  de  $\bar{\Gamma}_T = \bar{\Gamma}_1 + \bar{\Gamma}_2$ . Elle facilite l'interpolation de  $\bar{\Gamma}_T$  entre les valeurs connues à  $Q^2 = 0$  et à grand  $Q^2$ .  $\bar{\Gamma}_1$  est extrait en utilisant la règle de somme de Burkhardt-Cottingham portant sur  $\bar{\Gamma}_2$ , voir équation (3.21). Les corrections radiatives de pQCD et de twists supérieurs ont été récemment ajoutées au modèle et résolvent un désaccord initial avec les données de JLab.

<sup>14</sup>Le modèle de Burkert et Ioffe repose sur une paramétrisation des résonances et de la composante non-résonante [50] complétée d'une paramétrisation de la contribution DIS estimée par M Anselmino, B L Ioffe,

### les données.

L'évolution pQCD à l'ordre de twist dominant est donnée par la bande grise. Pour  $\overline{\Gamma}_1^{p(n)}$  on a pris  $\Delta\Sigma=0.15(\Delta\Sigma=0.35)$ ,  $a_8=0.579$  et  $g_a=1.267$  pour ancrer l'évolution (voir équations 3.25 et 5.1). La règle de somme de Bjorken fixe l'échelle absolue pour  $\overline{\Gamma}_1^{p-n}$ . Dans tous les cas, **l'évolution à l'ordre dominant reproduit les données jusqu'à des  $Q^2$  étonnamment bas, ce qui indique une suppression globale des effets de twists supérieurs et la validité de la dualité globale hadron-parton.** Ces points sont discutés dans les sections 5.9 et 5.7.

## 5.4.3 Résultat sur $\Gamma_2$

### 5.4.3.1 Résultat sur $\Gamma_2^n$

L'intégrale  $\Gamma_2^n$  extraite des expériences E94-010 et E97-110 (résultats préliminaires) est présentée en bas à gauche de la figure 5.10. Les cercles et carrés pleins indiquent la partie mesurée de l'intégrale. L'intégrale incluant la contribution élastique, estimée d'après la paramétrisation de P Mergell, U Meissner et D Drechsel [136], est donnée par les étoiles pleines (E94-010) et les losanges vides (E97-110). Les triangles pleins correspondent aux résultats obtenus après ajout de la partie non mesurée au delà de  $W_{max}$  estimée en supposant que  $g_2 = g_2^{WW}$ . Les bandes supérieures correspondent à l'erreur systématique expérimentale. Les bandes inférieures correspondent à l'erreur systématique due à la partie non mesurée au delà de  $W_{max}$ .

Les résultats (triangles pleins) sont en accord avec la règle de somme de Burkhardt-Cottingham,  $\Gamma_2 = 0$ , sur l'ensemble des  $Q^2$  couverts. On note que la contribution élastique est pratiquement égale mais de signe opposé à la contribution des résonances. Cette coïncidence intéressante fait que la règle de somme est validée. Cette règle de somme a également été vérifiée sur  $^3\text{He}$ , voir K J Slifer et al [153] présente une interaction similaire a été constatée entre les contributions élastique, quasi-élastique et des résonances. La collaboration E155x du SLAC [22] avait précédemment rapportée des résultats sur le neutron à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  (cercle plein), où la contribution élastique est négligeable. Le résultat est en accord avec la règle de somme de Burkhardt-Cottingham mais avec une incertitude importante.

**La prédiction de MAID (ligne continue) est en bon accord avec les données contenant seulement la contribution des résonances.**

### 5.4.3.2 Résultat sur $\Gamma_2^p$

Le résultat du SLAC (à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ ) sur le proton dévie de 3 déviations standards par rapport à zéro :  $\Gamma_2^p = -0.024 \pm 0.008 \pm 0.003$  [22] (il faut noter que l'incertitude sur la contribution non mesurée à bas  $x$  n'est pas prise en compte). Si on suppose une incertitude de

---

et E Leader [18] sur la base sur la *dominance vectorielle*, voir page 80.

100% sur la contribution DIS, comme estimée pour les données de JLab, les résultats du SLAC sont alors en accord. La collaboration RSS (hall C) a obtenu un résultat préliminaire sur  $\Gamma_2^p$  à  $Q^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$ . Il est en **très bon accord avec la règle de somme de Burkhardt-Cottingham pour le proton** :  $\Gamma_2^p = 2 \times 10^{-4} \pm 17 \times 10^{-4}(\text{stat}) \pm 111 \times 10^{-4}(\text{syst})$  (résultat préliminaire). Considérant ce résultat et les résultats sur le neutron, il est peu probable que la règle de somme de Burkhardt-Cottingham sur le proton soit violée, contrairement à ce que les résultats de E155x ont pu suggérer.

#### 5.4.3.3 Conclusion

La validation de la règle de somme de Burkhardt-Cottingham à des conséquences sur notre connaissance de  $g_2$  et les différents termes de twists qui la composent. Deux conditions préalables à la validité de la règle de somme sont :

1.  $g_2$  est suffisamment analytique pour que le moment  $\Gamma_2$  existe.
2.  $g_2$  n'a pas de contribution singulière telle que  $\delta(x)$  à  $x = 0$ .

La vérification  $\Gamma_2(Q^2)=0$  implique que ces conditions sont remplies. De plus, comme  $g_2^{ww}$  respecte la règle de somme de Burkhardt-Cottingham ( $\int g_2^{ww} = 0$ ), on peut étendre, pour  $Q^2$  suffisamment grand, cette conclusion à la partie de twist 3 décrivant les corrélations quark-gluon. Finalement, comme la règle de somme est vérifiée de  $Q^2 \sim 0$  à  $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$  (tout au moins sur le neutron) et comme les coefficients des twists supérieurs  $t$  sont pondérés par  $1/Q^{t-2}$ , **la conclusion assurant que la fonction  $g_2$  est régulière peut certainement se généraliser à tous les termes de la série de twists qui la représente.**

## 5.5 Polarizabilités de spin généralisées : $\gamma_0, \delta_{LT}$

Les polarizabilités de spin généralisées offrent une autre possibilité de tester les calculs en perturbations chirales à bas  $Q^2$  et ceux de QCD sur réseau à  $Q^2$  intermédiaire. Comme les polarizabilités généralisées ont un facteur additionnel  $1/\nu^2$  par rapport à  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , la contribution de la région à grand  $\nu$  est moindre. Les intégrales convergent donc plus rapidement ce qui minimise l'incertitude due aux contributions non mesurées à grands  $\nu$ .

A bas  $Q^2$ , les polarizabilités généralisées ont été évaluées par des calculs en perturbations chirales par C W Kao, T Spitzenberg et M Vanderhaeghen [117] et V Bernard, N Kaiser et U Meissner [29]. Une difficulté avec ce type de prédictions est l'inclusion de la contribution des résonances du nucléon, en particulier la résonance  $\Delta$  qui domine habituellement les autres résonances. Les références [117, 29] indiquent que, contrairement à  $\gamma_0$ ,  $\delta_{LT}$  est peu sensible à la contribution du  $\Delta$ , le rendant idéal pour tester les calculs en perturbations chirales où le  $\Delta$  n'est pas inclus ou alors inclus de manière phénoménologique.

Les premiers résultats sur  $\gamma_0^n(Q^2)$  et  $\delta_{LT}^n(Q^2)$  ont été obtenus pour le neutron (expérience E94-010) [16] sur une plage en  $Q^2$  allant de 0.1 à 0.9  $\text{GeV}^2$ . Des résultats récents de EG1b

par Y Prok et al sont disponibles pour  $\gamma_0^p$  sur le proton<sup>15</sup> [145]. Les résultats à plus bas  $Q^2$  de E97-110 sur le neutron ne sont pas encore disponibles car le traitement des contaminations au niveau du  $\Delta$  des queues radiatives élastique et quasi-élastique sont encore trop sommaires. Intéressons-nous d'abord à la région à bas  $Q^2$  où la comparaison avec les calculs en perturbations chirales est valide. Nous discuterons ensuite de l'ensemble des données.

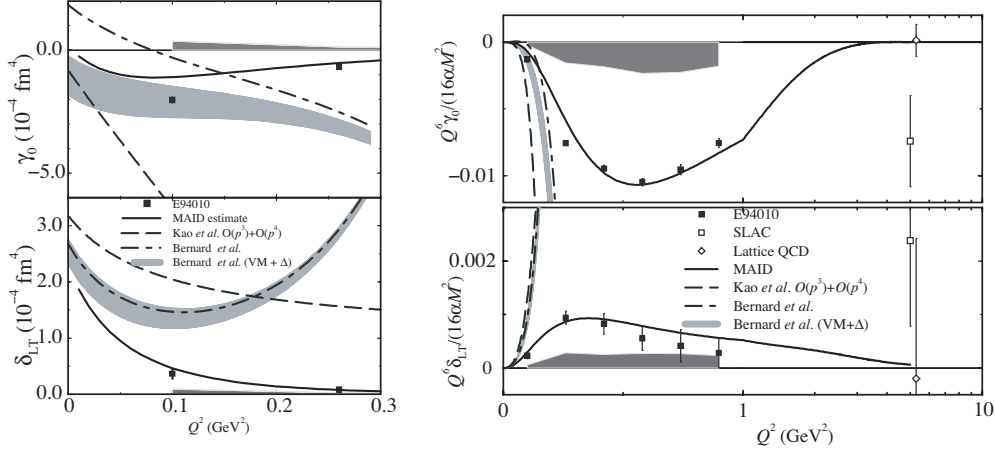


FIG. 5.11 – Résultats de JLab sur les polarisabilités de spin du neutron  $\gamma_0^n$  (figures supérieures) et  $\delta_{LT}^n$  (figures inférieures). Les points aux deux plus petits  $Q^2$  sont donnés sur les graphes de gauche. L'ensemble des points est donné sur les graphes de droite. Les carrés pleins indiquent les résultats avec l'incertitude statistique. Les bandes gris foncé représentent les incertitudes systématiques. Les calculs chiraux et phénoménologique (MAID) sont également présentés. Les résultats des figures de droite sont pondérées par  $Q^6$ . Les carrés vides figurent les résultats du SLAC et les losanges ceux des calculs en QCD sur réseau.

### 5.5.1 Résultats sur le neutron

Les résultats de E94-010 pour  $\gamma_0^n(Q^2)$  sont donnés en haut à gauche sur la figure 5.11 pour les deux plus petites valeurs de  $Q^2$  (0.10 et 0.26  $\text{GeV}^2$ ). L'incertitude statistique est inférieure à la taille des symboles. la bande gris foncé horizontale représente l'incertitude systématique. Les données sont comparées aux calculs à l'ordre sous-dominant,  $O(p^4)$ , de Kao, Spitzenberg et Vanderhaeghen [117], de Bernard, Kaiser et Meissner [29] sans les contributions du  $\Delta$  et des mésons vecteurs et de Bernard et al en incluant ces contributions [30]. Les prédictions du modèle phénoménologique MAID [79] sont également présentées. **A  $Q^2 = 0.1$ , le calcul de Bernard, Kaiser et Meissner incluant la contribution des résonances est en bon accord avec les résultats expérimentaux. Le calcul sans l'inclusion des contributions des résonances est en désaccord même à  $Q^2 = 0.1 \text{ GeV}^2$ . Cela**

<sup>15</sup>le deutéron n'a pas été analysé pour  $\gamma_0^n(Q^2)$  car la résolution de CLAS n'est pas suffisante pour séparer les contributions de l'élastique et de l'électrodésintégration.

suggère une contribution importante des résonances ou encore une difficulté avec l'approximation en baryons lourds. Les données sont en bon accord avec les prédictions de MAID sauf à  $Q^2=0.1 \text{ GeV}^2$ . Cela est compatible avec les résultats sur l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn (section 5.3).

Comme  $\delta_{LT}$  reçoit peu de contribution venant de la résonance  $\Delta$ , il a été avancé que  $\delta_{LT}$  pourrait fournir un meilleur test que  $\gamma_0$  pour l'étude de la symétrie chirale de QCD.  $\delta_{LT}^n$  est comparé aux calculs théoriques en perturbations chirales et à MAID en bas à gauche de la figure 5.11. Malgré l'absence de contribution du  $\Delta$  **les résultats sont, de façon inattendue, en désaccord significatif avec les calculs en perturbations chirales. La prédiction de MAID est en bon accord avec les résultats.**

Les graphes de droite sur la figure 5.11 donnent  $\gamma_0^n$ ,  $\delta_{LT}^n$  multipliées par  $Q^6$ , ainsi que les résultats de MAID et des calculs en perturbations chirales. Les données de SLAC [22] et un calcul en QCD sur réseau (*quenched*) de M Gockeler et al [95], tous deux à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ , sont également représentés. A grand  $Q^2$ , il est attendu que les polarisabilités en spin multipliées par  $Q^6$  deviennent indépendantes<sup>16</sup> de  $Q^2$  (loi d'échelle), voir les travaux de D Drechsel, B Pasquini, L Tiator et M Vanderhaeghen [81, 82]. D'autre part la relation de Wandzura-Wilczek, voir équation 3.34, amène la relation entre  $\gamma_0$  et  $\delta_{LT}$  :

$$\delta_{LT}(Q^2) \rightarrow \frac{1}{3}\gamma_0(Q^2) \quad \text{si } g_2 \simeq g_2^{ww} \quad (5.2)$$

**Les résultats montrent que ni la loi d'échelle, ni la relation 5.2 ne sont observées pour  $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ . Les signes de  $\gamma_0$  et  $\delta_{LT}$  sont aussi en désaccord avec la relation 5.2.** Pour les moments d'ordres supérieurs où le rôle des résonances est plus important, on s'attend à ce que la loi d'échelle se manifeste à plus grand  $Q^2$  que pour  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ . Pour ceux-ci on l'a observé vers  $Q^2 \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$ , quand l'effet global des twists supérieurs diminue. Les données de E01-012 seront prochainement analysées pour tester ces prédictions à plus grands  $Q^2$  (1 à 3  $\text{GeV}^2$ ). L'invalidité de la relation 5.2 peut s'expliquer par le fait que  $g_2 \neq g_2^{ww}$  dans le domaine des résonances, voir section 5.8.2.

### 5.5.2 Résultats sur le proton

La polarisabilité  $\gamma_0^p$  a été formée à partir des résultats de EG1b sur  $A_1$  et la paramétrisation de  $F_1$  discutée dans la section 4.2.3.3, voir aussi Y Prok et al [145] :

$$\gamma_0 = \frac{16\alpha M^2}{Q^6} \int_0^{1^-} x^2 A_1 F_1 dx \quad (5.3)$$

Les données sont disponibles de  $0.05 < Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$  et sont présentées dans la figure 5.12. Elles sont en accord qualitatif avec MAID. **Le calcul à l'ordre dominant de Kao, Spitzenberg et Vanderhaeghen [117] représenté par la ligne pointillée inclut la**

---

<sup>16</sup>A part une dépendance due aux corrections radiatives de pQCD.

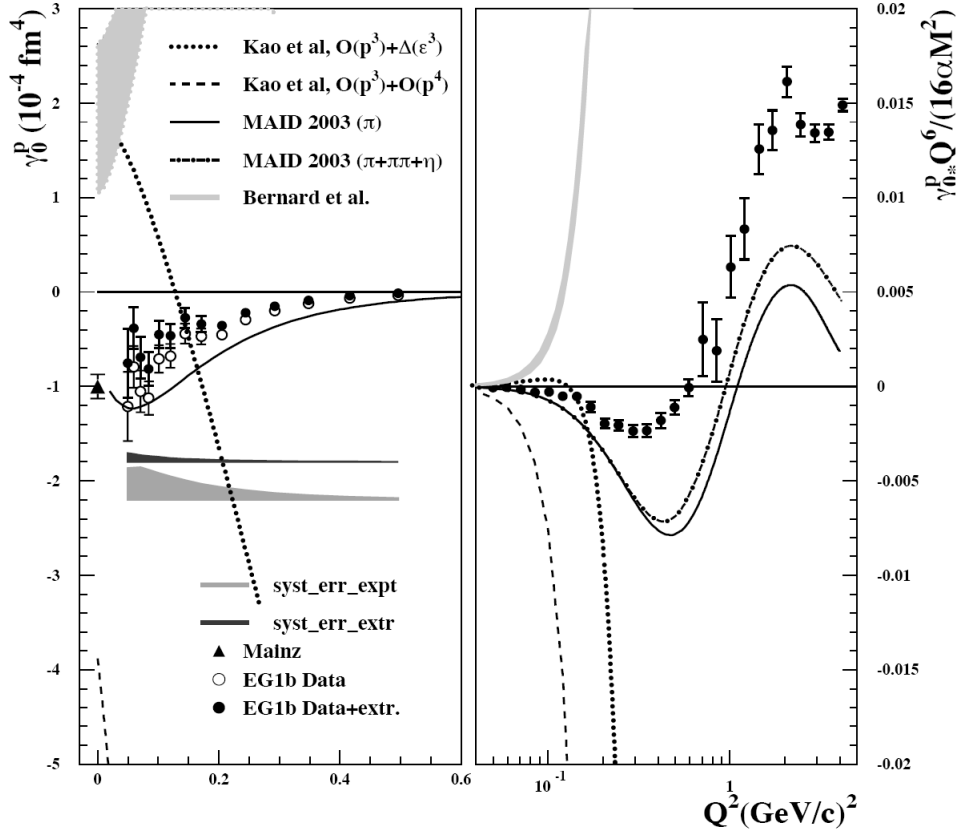


FIG. 5.12 – Les données d’EG1b sur  $\gamma_0^p$  (à gauche les données à bas  $Q^2$ . A droite, l’ensemble des données pondérées par  $16\alpha M^2/Q^6$ ). Les cercles pleins indiquent l’intégrale complète (incluant l’extrapolation à grand  $W$ ). La partie mesurée est donnée par les cercles vides. L’erreur systématique est représentée par la bande gris clair. La bande gris foncé indique l’incertitude due à l’extrapolation. Les calculs en perturbations chirales et les résultats de MAID (2003) sont portés sur la figure. Une estimation de la contribution de l’électroproduction de deux pions et du  $\eta$  a été ajoutée à MAID et est donnée par la courbe mixte.

résonance  $\Delta$  et ne s’accorde pas avec les données. Le calcul chiral au quatrième ordre est aussi en désaccord. Le calcul au quatrième ordre de Bernard, Kaiser et Meissner [29] est incompatible également, mais avec un signe opposé. Sur la partie droite de la figure, on peut constater que l’invariance d’échelle apparaît vers  $Q^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$ .



### 5.5.3 Analyse en isospin de $\gamma_0$

La considération de l'intégrale de Bjorken (équation 3.28) est avantageuse grâce à la simplification<sup>17</sup> provenant de sa nature isovectorielle (p-n). Utilisant un argument similaire, on a pensé que  $\delta_{LT}$  serait un test fiable des calculs en perturbations chirales, avec le bénéfice supplémentaire que la contribution non mesurée à grand  $W$  est faible. On vient de voir cependant que les calculs et les données sur  $\delta_{LT}^n$  sont en sérieux désaccord. Il serait intéressant de comparer également  $\delta_{LT}^p$  aux calculs chiraux mais celui-ci est indisponible en l'absence de cible polarisée transverse pour EG1b et de données à bas  $Q^2$  pour RSS.

La comparaison de  $\gamma_0$  aux calculs en perturbations chirales n'offre pas les mêmes avantages que  $\delta_{LT}$ . Cependant, tout comme pour l'intégrale de Bjorken, les calculs sont simplifiés pour la quantité isovectorielle  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  et elle peut fournir un test complémentaire et aussi solide que  $\delta_{LT}$ .

Il a été suggéré qu'une analyse en isospin de  $\delta_{LT}$  pourrait éclaircir le désaccord<sup>18</sup> entre les calculs et les données. Pour explorer une telle hypothèse, nous avons formé  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  à partir des données sur le proton d'EG1b et du neutron de E94-010. Les résultats sont présentés sur la partie gauche de la figure 5.13 (les valeurs sont tabulées dans la note d'analyse de A Deur [73]). **Tout comme pour  $\gamma_0^p$  et  $\gamma_0^n$ , les prédictions des calculs en perturbations chirales sont en désaccord avec les données sur  $\gamma_0^{p-n}$ . Il devient ainsi clair que le désaccord sur  $\gamma_0^p$  et  $\gamma_0^n$  ne peut être expliqué par le rôle du  $\Delta$ . Le modèle phénoménologique MAID, qui jusqu'ici a été en bon accord avec les données est maintenant en désaccord les résultats.** Pour compléter notre étude nous avons aussi construit la partie isoscalaire  $\gamma_0^p + \gamma_0^n$  et l'avons comparé aux données, voir figure 5.13 à droite. La bande grise traduit l'incertitude due au  $\Delta$  sur les calculs de Bernard et al. **Pour la partie isoscalaire, les calculs chiraux sont toujours en désaccord. MAID est en bon accord.** Comme mentionné plus haut, **une étude d'isospin de  $\delta_{LT}$  et  $\gamma_0$  peut être utile pour exposer le rôle des échanges de mésons lourds qui ne sont pas inclus dans les calculs chiraux. Néanmoins, le désaccord similaire pour  $\gamma_0^{p-n}$  et  $\gamma_0^{p+n}$  avec les calculs ne permet pas de tirer de telles conclusions.**

## 5.6 Résultats sur $d_2$

Une autre combinaison de seconds moments,  $d_2(Q^2)$ , voir équations 3.32 et 3.33, offre une autre possibilité d'étudier la structure en spin du nucléon à grand  $Q^2$ . En effet cet élément de matrice, lié aux polarisabilités de couleurs, a été calculé en QCD sur réseau.  $d_2(Q^2)$  peut aussi être utilisé pour l'étude de la transition entre grand et petit  $Q^2$ .  $\bar{d}_2(Q^2)$  est représenté

<sup>17</sup>Celle-ci rend les comparaisons avec les techniques de l'OPE, QCD sur réseau et perturbations chirales beaucoup plus fiables.

<sup>18</sup>Par exemple, les échanges dans le canal t de mésons axial-vecteurs (interaction à courte distance) qui ne sont pas inclus dans les calculs pourraient être importants pour seulement une des composantes d'isospin de  $\delta_{LT}$  (ou de  $\gamma_0$ ).

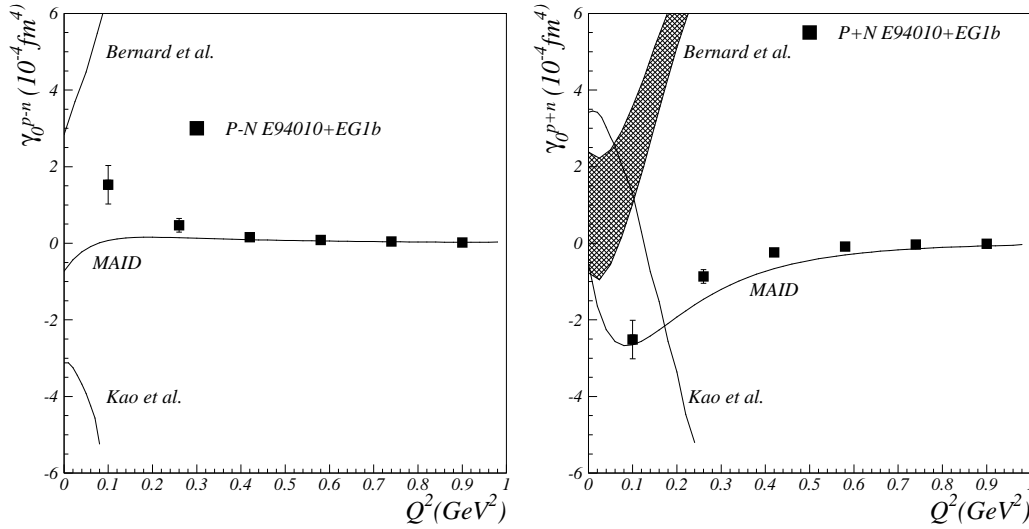


FIG. 5.13 – Les composantes isovectorielle ( $\gamma_0^p - \gamma_0^n$ ) (à gauche) et isoscalaire (à droite) de la polarisabilité en spin généralisée  $\gamma_0$  avec les prédictions des calculs en perturbations chirales ainsi que les résultats phénoménologiques de MAID.

sur la figure 5.14 (la barre coiffant  $d_2$  indique que la contribution élastique n'est pas incluse). Les résultats expérimentaux de JLab (neutron : hall A E94-010, proton : hall C RSS) sont désignés par les cercles pleins. La bande grise représente les incertitudes systématiques sur les résultats de E94-010. Le résultat de l'expérience E155x du SLAC [22] (carré vide) seul ou combiné aux résultats de X Zheng et al pour l'expérience E99-117 du Hall A [180] (carré plein, disponible pour le neutron uniquement) y figure également. A bas  $Q^2$  les calculs en perturbations chirales de Kao, Spitzenberg et Vanderhaeghen [117] sont représentés par la ligne discontinue. Les résultats de Bernard, Kaiser et Meissner [29] avec et sans la contribution des mésons vecteurs et du  $\Delta$  [30] sont très proches des résultats [117] de Kao et al mais ne sont pas représentés sur la figure par soucis de clarté. La ligne continue représente les résultats du modèle phénoménologique MAID qui ne contiennent que la contribution des résonances. La prédiction de QCD sur réseau de M Gockeler et al [95] pour le neutron à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  est négative et compatible avec zéro.

**A petit  $Q^2$  on constate un désaccord avec les calculs en perturbations chirales.** A  $Q^2$  modéré, les données montrent que  $\bar{d}_2^n$  est positif mais décroît pour  $Q^2 \gtrsim 0.4 \text{ GeV}^2$ . **Les données et MAID sont en bon accord.** Le résultat sur le proton de F Wesselmann et al [173] (expérience RSS du Hall C), intégré uniquement sur  $0.29 < x < 0.84$ , a été évolué au  $Q^2$  du point expérimental du SLAC en supposant<sup>19</sup> une dépendance en  $1/Q$ . Les deux résultats sont en bon accord.

<sup>19</sup>Dans la limite des grands  $Q^2$ ,  $d_2$  est un élément de twist 3. Il évolue donc comme  $f(Q^2)/Q$  où la faible dépendance en  $Q^2$  de  $f(Q^2)$  est due aux effets radiatifs de pQCD.

Globalement,  $\overline{d_2}$  est très petit<sup>20</sup>. Ce fait est prédit par les modèles d'instantons de N-Y Lee, K Goeke et C Weiss [128], et de A V Sidorov et C Weiss [151], cf section 5.7.3. Les résultats des expériences du Hall A et C, d'une précision bien supérieure aux résultats des calculs sur réseau, indiquent pour la première fois une valeur clairement non nulle de  $\overline{d_2}$ .

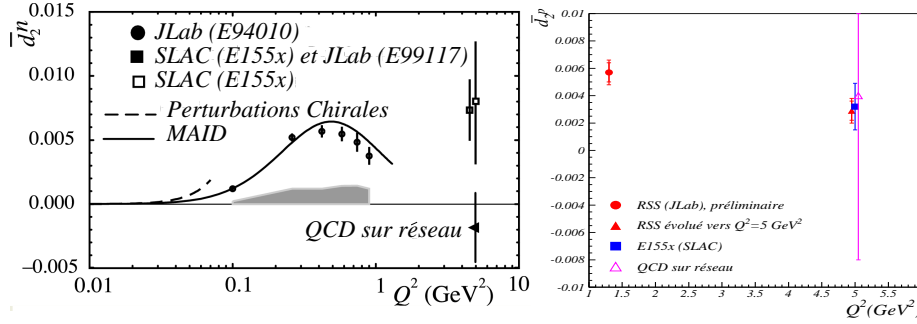


FIG. 5.14 – Graphe de gauche : résultats expérimentaux du SLAC et JLab sur  $\overline{d_2}^n$  et calculs de QCD sur réseau, du modèle phénoménologique MAID et des perturbations chirales. Graphe de droite : résultats du SLAC et JLab (résultat préliminaire) pour le proton.

## 5.7 Analyse des termes de twists supérieurs dans $\Gamma_1$ et $g_1$

La contribution des twists supérieurs à  $\Gamma_1$  peut être obtenue en ajustant sur les données une fonction dont la forme analytique suit le développement de produit d'opérateurs cf équations (3.24), (3.25), (5.1) et (3.29), valide dans le schéma  $\overline{MS}$ , qu'on rappelle ici :

$$\Gamma_1(Q^2) \equiv \int_0^1 g_1(x, Q^2) dx = \sum_{\tau=2,4,\dots} \frac{\mu_\tau(Q^2)}{Q^{\tau-2}} \quad (5.4)$$

où  $\tau$  est l'ordre

$$\mu_2(Q^2) = \left( \pm \frac{1}{12} g_a + \frac{1}{36} a_8 \right) + \frac{1}{9} \Delta \Sigma + O(\alpha_s(Q^2)), \quad (5.5)$$

$$\Gamma_1^{p-n}(Q^2) = \frac{g_a}{6} \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.21 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 + \dots \right] + \sum_{\tau=4,\dots} \frac{\mu_\tau^{p-n}(Q^2)}{Q^{\tau-2}}. \quad (5.6)$$

<sup>20</sup>On peut le comparer par exemple au terme de twist 2,  $\Gamma_1 \simeq 0.1$  typiquement (à  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ) ou au terme de twist 4,  $f_2 \simeq 0.1$  typiquement (voir table 5.2 page 78).

$$\mu_4 = M^2 (a_2 + 4d_2 + 4f_2) / 9. \quad (5.7)$$

où

$$a_2(Q^2) = 2 \int_0^1 dx \, x^2 \, g_1^{twist\,2}(x, Q^2) \quad (5.8)$$

et

$$\begin{aligned} d_2(Q^2) &= \int_0^1 dx \, x^2 \left( 2g_1(x, Q^2) + 3g_2(x, Q^2) \right) \\ &= 3 \int_0^1 dx \, x^2 \left( g_2(x, Q^2) - g_2^{WW}(x, Q^2) \right), \end{aligned} \quad (5.9)$$

Le développement est tronqué à un ordre approprié à la précision des données. L'objectif est de déterminer  $f_2$ , l'élément de matrice de twist 4. Une fois  $\mu_4$  obtenu grâce à la fonction ajustée,  $f_2$  est extrait par soustraction des contributions des twists d'ordres 2 ( $a_2$ ) et 3 ( $d_2$ ), suivant l'équation (5.7). Afin d'apprécier les effets des termes de twists supérieurs (twist 6 et plus) sur l'extraction du terme de twist 4, il est nécessaire d'étudier la convergence de la série et de choisir une plage en  $Q^2$  où le terme  $\mu_8$  est petit. Cette étude est réalisable grâce aux nouvelles données à bas  $Q^2$  de JLab.

### 5.7.1 Méthode d'analyse

Cette analyse a été réalisée sur le proton par A Deur [69]<sup>21</sup>, le neutron par Z-E Meziani et al [137] et la règle de somme de Bjorken par A Deur et al [68], [74]. Les analyses sur le proton et le neutron n'incluent pas les données d'EG1b. L'analyse sur la règle de somme Bjorken inclut ces données. Afin de fournir une étude cohérente, la partie non mesurée à grand  $W$  des  $\Gamma_1$  mesurés à JLab et dans les autres laboratoires est réévaluée en utilisant la même paramétrisation. La contribution élastique, négligeable au dessus de  $Q^2 \sim 2 \text{ GeV}^2$  mais importante (surtout pour le proton) à plus petit  $Q^2$ , a été ajoutée suivant la paramétrisation de P Mergell, U Meissner et D Drechsel [136].

Le terme de twist dominant  $\mu_2$  a été déterminé par une fonction ajustée sur les données à  $Q^2 \geq 5 \text{ GeV}^2$  en supposant que les twists d'ordres supérieurs soient négligeables dans ce domaine. Pour l'étude sur  $\Gamma_1^{p-n}$ , on a déterminé  $g_a = 1.270 \pm 0.045$ , en bon accord avec la valeur mesurée directement dans la désintégration faible du neutron,  $g_a = 1.267 \pm 0.004$ . Pour l'étude sur  $\Gamma_1^{p(n)}$  cette dernière valeur de  $g_a$  a été utilisée et  $a_8$  provient de la désintégration des hypérons (on suppose la symétrie SU(3) de saveur). On obtient de la détermination de  $\mu_2$  la contribution du spin des quarks au spin du nucléon, voir équation (3.25) :  $\Delta\Sigma = 0.15 \pm 0.07$  pour le proton et  $\Delta\Sigma = 0.35 \pm 0.08$  pour le neutron. **On remarque une différence**

---

<sup>21</sup>Une analyse antérieure sur le proton faite par M Osipenko et al est disponible [143] mais n'est pas présentée ici car elle emploie une procédure différente.

importante entre les  $\Delta\Sigma$  obtenus selon les données du proton, ou selon celles du neutron. Les  $\Delta\Sigma$  devraient être identiques dans les deux cas<sup>22</sup>. La différence pourrait provenir de la partie non mesurée à bas  $x$  de  $\Gamma_1^n$  encore mal contrainte, comme semble l'indiquer les nouveaux résultats sur le deutéron de l'expérience COMPASS du CERN [62].

### 5.7.2 Résultats et discussion

Les résultats des fonctions ajustées déterminant  $\mu_4$  et employant un développement jusqu'à l'ordre  $(1/Q^4)$  et  $(1/Q^6)$  sont donnés dans la table 5.1. Afin d'extraire  $f_2$ , donné dans la table 5.2, les corrections de masse  $a_2$  ont été évaluées avec la paramétrisation des distributions de partons de Blümlein-Boettcher [41] pour le proton et une fonction ajustée sur les données globales du neutron incluant les données récentes de haute précision à grand  $x$ . Les valeurs de  $d_2$  utilisées proviennent du SLAC pour le proton (E155x [22]) et de SLAC/JLab pour le neutron (E155x/E99-117, voir X Zheng et al [180]).

Cible	$Q^2$ (GeV <sup>2</sup> )	$\mu_4/M^2$	$\mu_6/M^4$	$\mu_8/M^6$
proton [69]	0.6-10.0	$-0.065 \pm 0.012 \pm 0.048$	$0.143 \pm 0.021 \pm 0.056$	$-0.026 \pm 0.008 \pm 0.016$
neutron [137]	0.5-10.0	$0.019 \pm 0.002 \pm 0.024$	$-0.019 \pm 0.002 \pm 0.017$	$0.00 \pm 0.00 \pm 0.03$
$p - n$ [68]	0.5-10.0	$-0.060 \pm 0.045 \pm 0.018$	$0.086 \pm 0.077 \pm 0.032$	$-0.136 \pm 0.102 \pm 0.039$
$p - n$ [74]	0.66-10.0	$-0.039 \pm 0.010 \pm 0.026$	$0.084 \pm 0.011 \pm 0.024$	$0.047 \pm 0.026$

Table 5.1: Coefficients de twists  $\mu_4$ ,  $\mu_6$  et  $\mu_8$  à  $Q^2 = 1$  GeV<sup>2</sup> pour le proton, neutron et  $p - n$ . L'incertitude statistique est notée en premier, suivie de l'incertitude systématique.

On varie le  $Q^2$  minimal de la fonction d'ajustement afin d'étudier la convergence du développement de produit d'opérateurs. Les quantités extraites sont entachées d'incertitudes importantes (surtout systématiques) mais sont stables par rapport au  $Q^2$  minimal. Les résultats restent stables quand le terme  $\mu_8$  est ajouté à la série. Cela justifie *a posteriori* le tronquement du développement de produit d'opérateurs dans notre domaine en  $Q^2$ . Dans le cas du proton, la réaction élastique contribue de façon notable au terme  $\mu_6$  à bas  $Q^2$  mais

<sup>22</sup>Cela explique pourquoi  $\mu_4$  et  $f_2$  extraits de la règle de somme de Bjorken  $\Gamma_1^{p-n}$  sont distincts des résultats obtenus en prenant simplement la différence des  $\mu_4$  et  $f_2$  extraits individuellement du proton et du neutron, cf tables 5.1 et 5.2. En effet,  $\Delta\Sigma$  s'annule dans la règle de somme de Bjorken (qui ne suppose pas la symétrie de saveur SU(3)).

cible	$f_2$	$\chi_E$	$\chi_B$
$p$ [69]	$-0.160 \pm 0.028 \pm 0.109$	$-0.082 \pm 0.016 \pm 0.071$	$0.056 \pm 0.008 \pm 0.036$
$n$ [137]	$0.034 \pm 0.005 \pm 0.043$	$0.031 \pm 0.005 \pm 0.028$	$-0.003 \pm 0.004 \pm 0.014$
$p - n$ [68]	$-0.136 \pm 0.102 \pm 0.039$	$-0.100 \pm 0.068 \pm 0.028$	$0.036 \pm 0.034 \pm 0.017$
$p - n$ [73]	$-0.101 \pm 0.027 \pm 0.067$	$-0.077 \pm 0.050$	$0.024 \pm 0.028$

Table 5.2: Terme de twists 4  $f_2$  et polarisabilités de couleurs  $\chi_E$  et  $\chi_B$  à  $Q^2 = 1$  GeV<sup>2</sup> pour le proton, neutron et  $p - n$ . L'incertitude statistique est notée en premier, suivie de l'incertitude systématique.

cela n'invalide pas *a priori* la validité du développement puisque l'élastique contribue principalement aux termes  $\mu_6$  et  $\mu_8$  tout en restant petit par rapport à  $\mu_4$ . On note **l'alternance de signes entre les coefficients des termes  $\mu_2$ ,  $\mu_4$  et  $\mu_6$  et éventuellement  $\mu_8$** . Cela conduit à une suppression partielle des effets de twists supérieurs et pourrait être à l'origine du phénomène de dualité globale quark-hadron des fonctions de structure en spin (voir section 5.9). On note également que l'alternance de signes est opposée pour le proton et le neutron. Cela provient simplement de la symétrie d'isospin, voir équation 3.25 dans laquelle le terme non-singlet  $g_a/12 \simeq 0.1$  domine les termes singlets  $\Delta\Sigma/9 \simeq 0.03$  et  $a_8/36 \simeq 0.008$ .

Les résultats sur  $f_2$  sont donnés dans la table 5.2 et comparés aux calculs théoriques dans la figure 5.15. Les calculs théoriques de I Balitsky, V Braun et A Kolesnichenko [25] (Règles de somme (1)), de E Stein, P Gornicki, L Mankiewicz et A Schäfer [163] (Règles de somme (2)), de X Ji et W Melnitchouk [113] (modèle de sac), de N-Y Lee, K Goeke et C Weiss [128] (instantons) et de A V Sidorov et C Weiss [151] (modèle à deux échelles) sont représentés par des bandes dont la largeur correspond à l'incertitude des calculs.

Bien que l'effet global des twists soit petit à  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ,  $f_2$  est lui-même grand comme on le voit en le comparant aux termes de twist dominant (par exemple  $\Gamma_1^{p-n} = 0.125$ ,  $a_2^{p-n} = 0.031$  à comparer à  $f_2^{p-n} \simeq 0.1$ ) et sous dominant ( $\bar{d}_2^{p-n} = -0.007$ ). Cela est vrai également pour  $\Gamma_1^p$  et  $\Gamma_1^n$ .

### 5.7.3 Comparaison avec la théorie

Les termes  $f_2^p$ ,  $f_2^n$  et  $f_2^{p-n}$  extraits des fonctions d'ajustement sont donnés sur la figure 5.15. Quatre types de calculs sont disponibles:

1. Le modèle de sac du MIT. Les calculs sont dus à X Ji et W Melnitchouk [113]:
2. Les règles de sommes QCD: Cette technique est basée sur le calcul de fonctions de corrélation à trois points impliquant les opérateurs de twists 3 ou 4 [104]. Ces intégrales sont proportionnelles aux coefficients  $d_2$  et  $f_2$ . Pour calculer la fonction de corrélation un *ansatz* de courant pour le nucléon est nécessaire. Les résultats de [25] sont obtenus avec la forme standard de courant suggérée dans [104]. Les travaux de [163] utilisent un courant différent (contenant explicitement les champs gluoniques). Les calculs sont

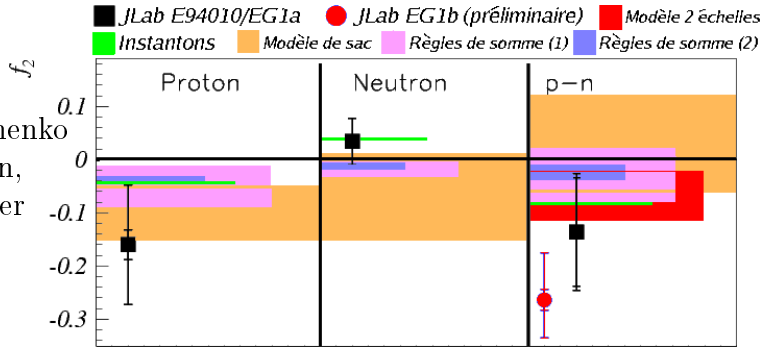


Figure 5.15: L'élément de twist 4  $f_2$

dus à I Balitsky, V Braun et A Kolesnichenko [25] et E Stein, P Gornicki, L Mankiewicz et A Schäfer [163].

3. Le modèle à deux échelles: Ce modèle est proposé par A V Sidorov et C Weiss [151]. Il suppose que deux échelles d'énergies caractérisent le nucléon plutôt que l'unique  $\Lambda_{QCD}$  comme dans QCD. La première échelle est  $\Lambda_{QCD}$ , ou encore le rayon du nucléon:  $R_N \sim 0.8$  fm. La seconde échelle est la distance sur laquelle les corrélations quarks-gluons sont importantes. Elle est d'environ 0.3 fm et peut s'interpréter comme la taille d'un *quark constituant*  $R_Q$ . Les deux échelles et le principe d'incertitude d'Heisenberg impliquent que la virtualité des *quarks de la mer de Dirac* suit une distribution composée de deux gaussiennes. La première a une petite largeur  $\sim 1/R_N^2$  et la seconde une plus grande largeur  $\sim 1/R_Q^2$ . Les différents éléments de matrices de twists correspondent à certains moments de cette distribution. En particulier, on trouve que  $f_2$  est déterminé par la taille du quark constituant:  $M^2 f_2^{p-n} \sim -1/R_Q^2$ . Le signe négatif vient de la virtualité négative (type espace) des quarks  $k^2$ . On trouve aussi que  $d_2$  est déterminé par la taille du nucléon:  $M^2 d_2 \sim 1/R_N^2$ , c'est à dire un ordre de grandeur plus petit que  $M^2 f_2$ . Les deux échelles supposées dans le modèle s'interprètent naturellement dans le modèle des instantons, voir ci-dessous.
4. Le modèle d'instantons: Dans cette approche, le vide de QCD est décrit comme un milieu de fluctuations topologiques (*instantons* et *anti-instantons*). Ce milieu est assez dilué car la taille d'un instanton<sup>23</sup> est petite comparée à la distance moyenne entre instantons ( $\sim 1$  fm). Une fois le vide de QCD modélisé, les éléments de matrices de twists supérieurs peuvent être calculés. Comme le milieu est dilué, l'opérateur de champ de jauge de l'équation 3.35 peut être remplacé par le champ d'un instanton interagissant avec les champs des quarks. La petite densité du milieu implique l'existence de deux échelles caractéristiques dans le nucléon et donc la petitesse de  $d_2$  comparé à  $f_2$ . Les calculs sont dus à N-Y Lee, K Goeke et C Weiss [128].

**Les modèles sont en général en accord avec les données.** Néanmoins, les deux résultats provenant des règles de somme donnent des valeurs centrales de  $f_2$  petites et la prédiction la plus précise ([163]) est en limite d'accord. La prédiction du modèle de sac est compatible avec la mesure à cause des grandes incertitudes mais leurs valeurs centrales sont opposées.

**Le modèle des instantons est en bon accord. Il prédit en particulier  $f_2 \gg d_2$ .**

Il n'y a pas de prédictions pour les termes de twists supérieurs à  $f_2$ . Cependant, **l'alternance de signes constatée expérimentalement peut s'expliquer simplement dans le contexte de la *dominance vectorielle*** [172]: A bas  $Q^2$ , le photon virtuel propageant l'interaction dans l'approximation de Born peut se matérialiser en une paire  $q\bar{q}$  (un méson) de masse  $M_H$ , voir la revue de T Bauer, R Spital, et D Yennie et F Pipkin [27]. L'amplitude de diffusion

<sup>23</sup> $\sim 0.3$  fm, il s'identifie à la taille des quarks constituants discutés plus haut.

est alors proportionnelle au propagateur du méson vecteur  $\sim 1/(q^2 - M_H^2) = -1/(Q^2 + M_H^2)$ . Si on le développe en série pour  $Q^2 \gg M_H^2$  on obtient:

$$\frac{1}{Q^2 + M^2} = \frac{1}{Q^2} \left( \frac{1}{1 + M_H^2/Q^2} \right) = \frac{1}{Q^2} \left( 1 - \frac{M_H^2}{Q^2} + \frac{M_H^4}{Q^4} \right) = \left( \frac{1}{Q^2} - \frac{M_H^2}{Q^4} + \frac{M_H^4}{Q^6} - \dots \right) \quad (5.10)$$

où l'alternance de signes est évidente.

#### 5.7.4 Conclusion

**La petitesse des effets des termes de twists supérieurs vue aux  $Q^2$  modérés de JLab dans de multiples expériences est surprenante.** On s'attend naïvement à voir des effets non perturbatifs importants pour des  $Q^2$  de quelques  $\text{GeV}^2$ . L'analyse ci-dessus montre que, pour  $\Gamma_1$  tout au moins, **les termes de twists supérieurs sont en fait grands (similaires au terme de twist dominant à  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ) mais que l'alternance des signes de la série de twists**, qui peut s'interpréter dans un simple modèle de dominance vectorielle, **rend l'effet globalement petit.**

#### 5.7.5 Études systématique de la convergence de la série en twists.

La question de la convergence se pose naturellement puisqu'à  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  les termes de twists 2, 4 et 6 sont de tailles similaires mais de signes opposés. Cela suggère un problème potentiel pour la convergence de la série de twists, tout au moins dans la zone de  $Q^2$  considérée ici. On a trouvé plus haut que le terme  $\mu_8^{p-n}$  semble plus petit que les termes de twists inférieurs ce qui va dans le sens de la convergence de la série. Un autre test de la validité de nos analyses serait d'étudier la stabilité des analyses en fonction du choix du nombre de paramètres  $\mu_{2i-2}/Q^{2i}$  et du choix de  $Q_{min}^2$ <sup>24</sup>. Il est impossible de faire ce type d'analyse systématique complète avec le nombre de points expérimentaux actuellement disponibles. Cependant, pour vérifier la pertinence de la fonction analytique choisie pour l'ajustement et les effets du choix de  $Q_{min}^2$ , on peut utiliser un modèle reproduisant raisonnablement les données. Cela équivaut à posséder une infinité de points expérimentaux. L'étude a été faite avec les modèles de Burkert-Ioffe et de Soffer-Teryaev et est rapportée dans la note d'analyse de A Deux [73]. Cette étude, portant uniquement sur  $\Gamma_1^{p-n}$ , permet de conclure que **l'extraction des termes de twists supérieurs est justifiée et valide en dépit du faible  $Q_{min}^2$  employé**: la dépendance de  $f_2$  avec  $Q_{min}^2$  et avec le nombre de paramètres  $\mu_{2i-2}/Q^{2i}$  de l'ajustement est inférieurs aux incertitudes expérimentales. **Ce résultat n'est pas trivial car la convergence de la série n'est pas évidente.**

Un autre problème potentiel de l'analyse de moments est l'extrapolation à grand  $W$  qui dépend du modèle choisi. On a refait deux analyses (chacune jusqu'à  $\mu_6^{p-n}/Q^4$  et jusqu'à

---

<sup>24</sup>Nous appelons  $Q_{min}^2$  la valeur du point de plus petit  $Q^2$  considéré pour l'ajustement.



$\mu_8^{p-n}/Q^6$ ) utilisant l'extrapolation de Bianchi-Thomas [33]. Les résultats sont compatibles avec ceux de l'analyse principale.

### 5.7.6 Extraction des twists supérieurs dans $g_1$

L'analyse globale LSS des données mondiales [127] mentionnées dans la section 5.2.2 a inclus un terme de twist 4 dans leur fonction ajustée. La fonction de structure  $g_1$  prend la forme:

$$g_1(x, Q^2) = g_1(x, Q^2)_{pQCD} + g_1(x, Q^2)_{TC} + h(x, Q^2)/Q^2 + O(\Lambda^4/Q^4), \text{ où}$$

- $g_1(x, Q^2)_{pQCD}$  est l'expression de  $g_1$  dans le modèle des partons avec la dépendance en  $Q^2$  données par les corrections radiatives de pQCD.

- $g_1(x, Q^2)_{TC}$  est la contribution de twists cinématiques 2 et 3 (effets de masse finie). Ceux-ci sont connus si  $g_1(x, Q^2)_{pQCD}$  et  $g_2(x, Q^2)_{pQCD}$  sont connus.

- $h(x, Q^2)/Q^2$  est la contribution de twist dynamique 4.

Les résultats des analyses sur les données mondiales disponibles en 2005 (LSS05) et celles disponibles en 2006 sont visibles sur la figure 5.16. **On note sur la figure de gauche la diminution d'un facteur 3 de l'incertitude sur  $h^{neutron}$  à grand  $x$  grâce à l'expérience du hall A E99-117 (LSS05). L'expérience EG1b du hall B à un impact similaire sur l'ensemble des données et sur l'ensemble des  $x$  après inclusion de ses données dans l'analyse (LSS06), figure de droite.**

L'analyse LSS donne la dépendance en  $x$  du terme de twist 4. Les analyses discutées précédemment donnaient l'intégrale du terme  $h(x, Q^2)$ .

On note que  $h(x, Q^2)$  est de signe opposé pour le neutron et proton, comme déjà vu dans l'analyse des moments. **Sa valeur absolue est grande à  $x$  modéré et semble décroître à grand et petit  $x$ . Il faut noter que comme la fonction  $g_1$  devient elle même petite à grand  $x$ , les effets de twists peuvent y rester relativement importants.** La fonction  $h(x, Q^2)$  semble avoir un bon comportement en  $x$  alors que les distributions de quarks et gluons, et donc  $g_1$ , divergent typiquement à petit  $x$ . L'intégration de  $h(x, Q^2)$  sur tout l'intervalle en  $x$ , en supposant diverses formes pour l'extrapolation à grand  $x$ , est en bon accord avec les résultats obtenus dans l'analyse des moments et discutés dans la section précédente.

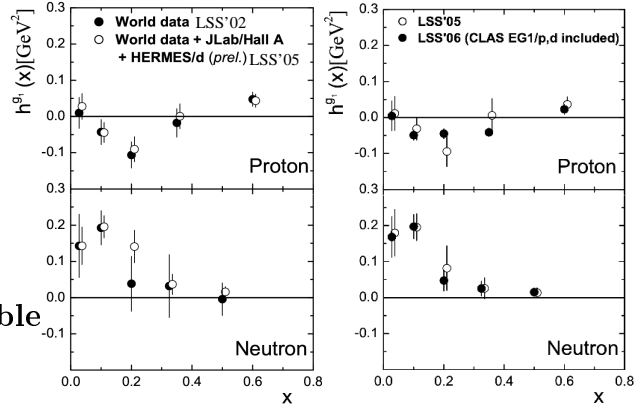


Figure 5.16: Le terme de twist 4  $h(x, Q^2)$  d'après les résultats des analyses LSS sur les données mondiales disponibles en 2005 (à gauche) et celles disponibles en 2006 (à droite).

### 5.7.7 Polarisabilités de couleurs électrique et magnétique

Suivant l'équation (3.39) on peut déterminer les polarisabilités de couleurs électrique et magnétique. *In globo*, les valeurs, données en table 5.2, sont petites et on observe un changement de signe entre la polarisabilité de couleurs électrique du proton et celle du neutron. Comme  $f_2 \gg d_2$ , on le comprend de nouveau en terme de la dominance du terme non-singlet  $g_a$ . On s'attend également à un tel changement de signe pour polarisabilité de couleurs magnétique. Cependant, à cause des incertitudes et de la petite valeur de  $\chi_B$  du neutron, il est difficile de confirmer cette prévision.

## 5.8 Étude des twists supérieurs dans $g_2$

### 5.8.1 Étude de $g_2$ dans le DIS

Dans cette section, nous considérons les données à  $W > 2$  GeV.

Le terme de Wandzura-Wilczek [169],  $g_2^{ww}(x, Q^2) = -g_1(x, Q^2) + \int_x^1 dy \frac{g_1(y, Q^2)}{y}$ , est la composante de  $g_2$  issue d'opérateurs de twist 2 mais intervenant au même niveau que la partie de twist 3 dans la série d'OPE<sup>25</sup>.

La fonction  $g_2$  s'écrit donc comme  $g_2 = g_2^{ww} + g_2^{twist\ 3} + \text{termes de twists supérieurs}$ . On note que le second terme n'est pas pondéré par un facteur  $1/Q$  bien qu'il soit de twist 3. On trouve un cas similaire dans le coefficient du terme en  $1/Q^2$  de  $\Gamma_1$ , cf équation 5.7. De même qu'il n'y a pas *a priori*<sup>26</sup> de raison non plus de penser que  $a_2 \gg d_2 \gg f_2$ , il n'y a pas de raison pour que  $g_2^{ww} \gg g_2^{twist\ 3}$  et que  $g_2 \simeq g_2^{ww}$ . C'est pourtant ce que l'on constate dans les expériences pour  $Q^2 > 1$  GeV<sup>2</sup>. Les premières déviations à la relation  $g_2 \simeq g_2^{ww}$  pour  $W > 2$  GeV ont été constatées lors de l'expérience de haute précision E97-103. La fonction de structure  $g_2$  a été analysée auparavant par les collaborations E99-117 et E155x qui l'ont mesuré avec une bonne précision.

Les résultats de l'expérience E99-117 sur  $g_2^n$  mesuré à grand  $x$  et rapportés dans X Zheng et al [180] sont donnés dans la figure 5.17 avec le reste des données mondiales disponibles au moment de la publication [180]. Ces données ont été publiées en 2004. On constate que, **malgré la précision accrue des données, il n'y a pas de déviation significative par rapport à  $g_2^{ww}$** .

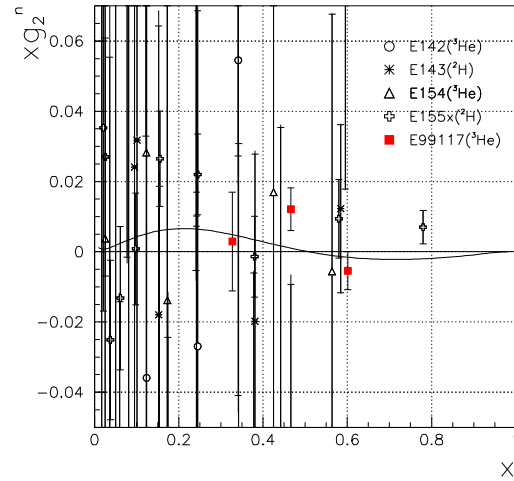


Figure 5.17: Résultats de l'expérience E99-117 sur  $g_2^n$  time  $x$  avec les données mondiales disponibles au moment de la publication [180]. La ligne continue donne  $xg_2^{ww}$ . Toutes les données sont à  $W > 2$  GeV.

<sup>25</sup>Ce fait est dû à la partie non symétrique de l'élément de matrice axial entrant dans l'OPE, voir par exemple les lectures de A Manohar [133] ou encore le travail de R Jaffe et X Ji [107] qui discutent en outre de l'interprétation de  $g_2$ .

<sup>26</sup>Une hiérarchie peut apparaître naturellement dans le cadre de modèles, voir les travaux de N-Y Lee, K Goeke et C Weiss [128 et de A V Sidorov et C Weiss 151].

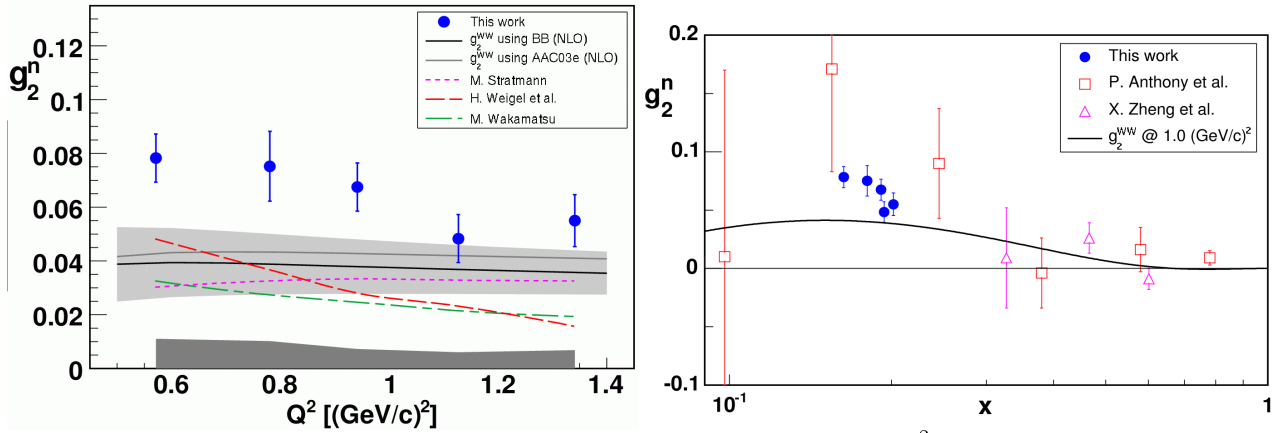


Figure 5.18: Résultats de E97-103 sur  $g_2^n$ . A gauche,  $g_2^n$  en fonction de  $Q^2$  ainsi que certains modèles et la composante de twist 2  $g_2^{ww}$ . L'incertitude statistique est donnée par les barres d'erreurs et celle systématique par la bande gris foncé. La ligne noire et la bande gris clair représentent  $g_2^{ww}$  et son incertitude. A droite,  $g_2^n$  en fonction de  $x$  ainsi que les données des expériences E155x (SLAC, carrés) et E99-117 (JLab, triangles). Les incertitudes systématiques de  $g_2^n$  et  $g_2^{ww}$  ne sont pas portées sur le graphique de droite. Toutes les données sont à  $W > 2$  GeV.

La collaboration E97-103 a mesuré des sections efficaces doublement polarisées spécialement pour l'étude de  $g_2^n$ . Les résultats de K Kramer et al [123] sont donnés sur la figure 5.18. **On voit pour la première fois une déviation entre  $g_2$  et  $g_2^{ww}$ .** Celle-ci semble diminuer avec  $Q$ . **Cela serait la première évidence claire des termes de twists supérieurs dans  $g_2$ .** Les calculs de H Weigel, L Gamberg et H Reinhardt [171] et de M Wakamatsu [167] effectués dans le modèle du soliton chirale sont présentés sur la figure 5.18. Un calcul de M Stratmann dans le modèle de sac est également disponible [164]. **Ces modèles prédisent une contribution négative des termes de twists supérieurs alors que les données indiquent une contribution positive.**

La fonction  $g_1^{twist2}$  est nécessaire pour calculer  $g_2^{ww}$ . Afin de vérifier la validité des distributions de partons employées<sup>27</sup> pour construire  $g_1^{twist2}$  aux  $Q^2$  de l'expérience,  $g_1^n$  a également été extrait des données de E97-103, voir figure 5.19. Il est en bon accord avec  $g_1^{twist2}$  donné par la bande grise. **On ne voit donc pas d'effet de twists supérieurs sur  $g_1^n$  dans cette expérience.** A de tels  $x$  et  $Q^2$ , le travail de LSS (cf section 5.2.2) prévoit un effet des termes de twist 4 variant de 0.08 à 0.05 (voir figure 5.16), ce qui devrait être visible sur les résultats de E97-103. **S'il n'y a pas d'incompatibilité entre les résultats de LSS et de E97-103, cela signifie que les termes de twists cinématiques compensent ceux de twists dynamiques.**

<sup>27</sup> Celles de J Blümlein et H Boettcher [41] ont été employées.

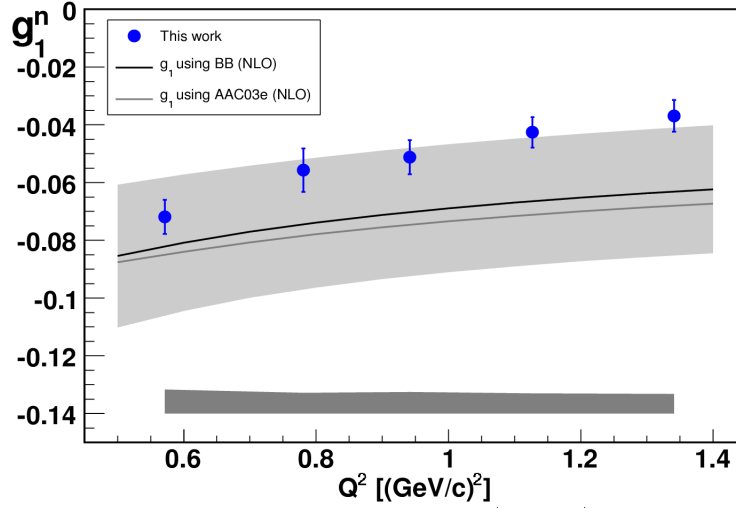


Figure 5.19: Résultats de la collaboration E97-103 sur  $g_1^n$  (cercles) comparés à  $g_1^n$  formé en utilisant les distributions de partons et évolué au  $Q^2$  de l'expérience (donné par la ligne noire et la bande grise). Ils sont en bon accord.

### 5.8.2 Étude de $g_2$ dans les résonances

Dans cette section, nous considérons les données à  $W < 2$  GeV.

La relation de Wandzura et Wilczek est dérivée dans le cadre de l'OPE (i.e pQCD). Elle n'est donc pas applicable *a priori* dans la région des résonances. Néanmoins, on peut toujours comparer  $g_2$  et  $g_2^{ww}$  (on a déjà rencontré la différence entre  $g_2$  et  $g_2^{ww}$  dans la section 5.6 en étudiant  $d_2 = \int x^2 [g_2 - g_2^{ww}] dx$ ).

#### 5.8.2.1 Résultats de RSS

Les résultats de l'expérience du hall C RSS sur  $g_2^p$  mesuré à  $\langle Q^2 \rangle = 1.3$  GeV $^2$  sont visibles sur le graphe de gauche de la figure 5.20 (F Wesselmann et al [173]). Le terme  $g_2^{ww28}$  est donné par la courbe bleue. On constate que les structures de  $g_2^{ww}$  et de  $g_2$  sont similaires mais que la valeur absolue de  $g_2$  est en général plus petite que celle de  $g_2^{ww}$ . La différence entre  $g_2$  et  $g_2^{ww}$  indique soit la présence de twists supérieurs, soit des effets de cohérence des résonances. Cependant, même en négligeant ces derniers, le rang et le type de ces twists n'est pas clair: Puisque  $g_1$  mesuré dans les résonances est utilisé pour former  $g_2^{ww}$ , celui-ci contient lui-même des termes de twists supérieurs alors que son expression dans la série d'OPE est tronquée au rang de twist 2. Les résultats préliminaires de RSS sur  $g_2^n$  sont présentés sur le graphe de droite de la figure 5.20. Ils peuvent être comparés aux résultats des expériences dans le DIS E155, E99-117 et E97-103.

<sup>28</sup>Il est formé en utilisant le  $g_1$  mesuré par RSS. Il contient donc des twists supérieurs et les effets de cohérence des résonances

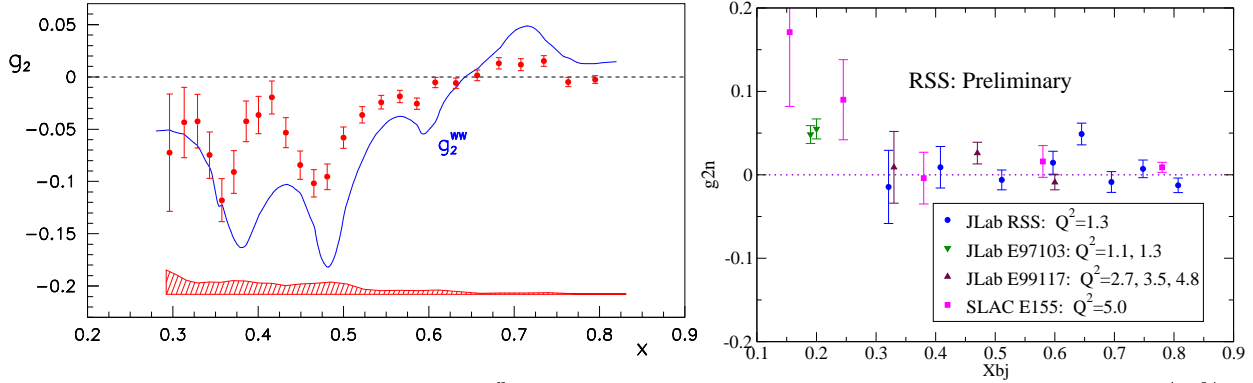


Figure 5.20: la fonction de structure  $g_2^p$  (à gauche) et  $g_2^n$  (à droite, préliminaire) mesurée à  $\langle Q^2 \rangle = 1.3 \text{ GeV}^2$  dans la région des résonances par la collaboration RSS.  $g_2^{ww}$  pour le proton est donné par la courbe bleu.

### 5.8.2.2 Résultats de E01-012

On peut aussi comparer  $g_2$  à  $g_2^{ww}$  lorsqu'on forme celui-ci à partir  $g_1$  construit avec les distributions de partons de twist 2. Cette étude a été réalisée par la collaboration E01-012 et est présentée dans la thèse de P Solvignon [161]. L'analyse porte sur  $g_2^{3He}$ , voir figure 5.21 (résultats préliminaires). Dans ce cas, comme les expériences ont montré que  $g_2^{ww}$  formé à partir de  $g_1^{twist2}$  pour le neutron est une approximation précise de  $g_2$ , cela revient à tester la taille des twists 3 et supérieurs dans  $g_2$  en négligeant les structures dues aux résonances. C'est aussi typiquement un test de la dualité hadron-parton, voir section 5.9, mais avec cette réserve que  $g_2$  est la fonction pour l' $^3\text{He}$  et que la courbe  $g_2^{ww}$  n'est pas encore corrigée des effets radiatifs de QCD.

### 5.8.2.3 Résultats de E97-110 et E94010

Une étude préliminaire similaire à celle faite par RSS mais sur  $g_2^{3He}$  est disponible à très bas  $Q^2$  (données de l'expérience E97-110), voir figure 5.22. L'expérience a été optimisée pour la mesure de  $\sigma_{TT}$ , d'où la précision statistique moindre de  $g_2$  par rapport à  $g_1$ . On peut constater néanmoins que, comme pour les données de RSS,  $g_2^{3He}$  est proche de  $g_2^{ww}$  formé en utilisant le  $g_1^{3He}$  mesuré de concert. La différence entre  $g_2^{3He}$  et  $g_2^{ww}$  peut être attribuée à des effets de twists supérieurs ou des effets de cohérence, comme dans le cas de RSS, mais aussi à des effets nucléaires.

La symétrie entre  $g_1^{3He}$  et  $g_2^{3He}$  est frappante. Elle avait déjà été constatée à plus grand  $Q^2$  pour l'expérience E94-010, voir figure 5.23. Cette symétrie est due à la petitesse<sup>29</sup> de  $\sigma'_{LT}$ . Comme  $\sigma'_{LT} \propto (g_1 + g_2)$  cf équation page 14, alors  $g_1 \simeq -g_2$ .

Une interprétation différente peut être avancée: la région des résonances se situe à grand

<sup>29</sup>On rappelle que l'on attend  $\sigma'_{LT} \simeq 0$  au niveau du  $\Delta$  à cause de la dominance de la composante dipolaire  $M_{1+}$  de la transition nucléon- $\Delta$  (cf section 5.2.1.2).

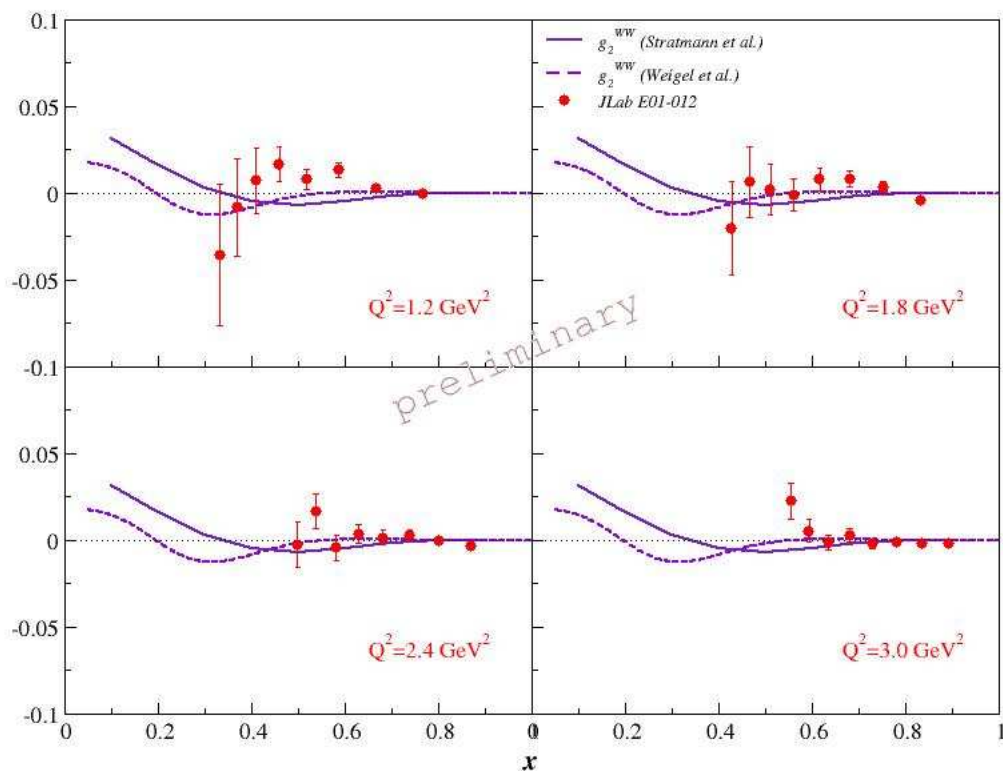


Figure 5.21: La fonction  $g_2^{3He}$  mesurée par la collaboration E01-012 (résultats préliminaires). Elle est comparée à  $g_2^{ww}$  formé à partir  $g_1^{twist2}$  à  $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$  construit avec deux distributions de partons de twists 2: Stratmann et al [164] lignes continues, et H Weigel, L Gamberg et H Reinhardt [171] lignes discontinues.

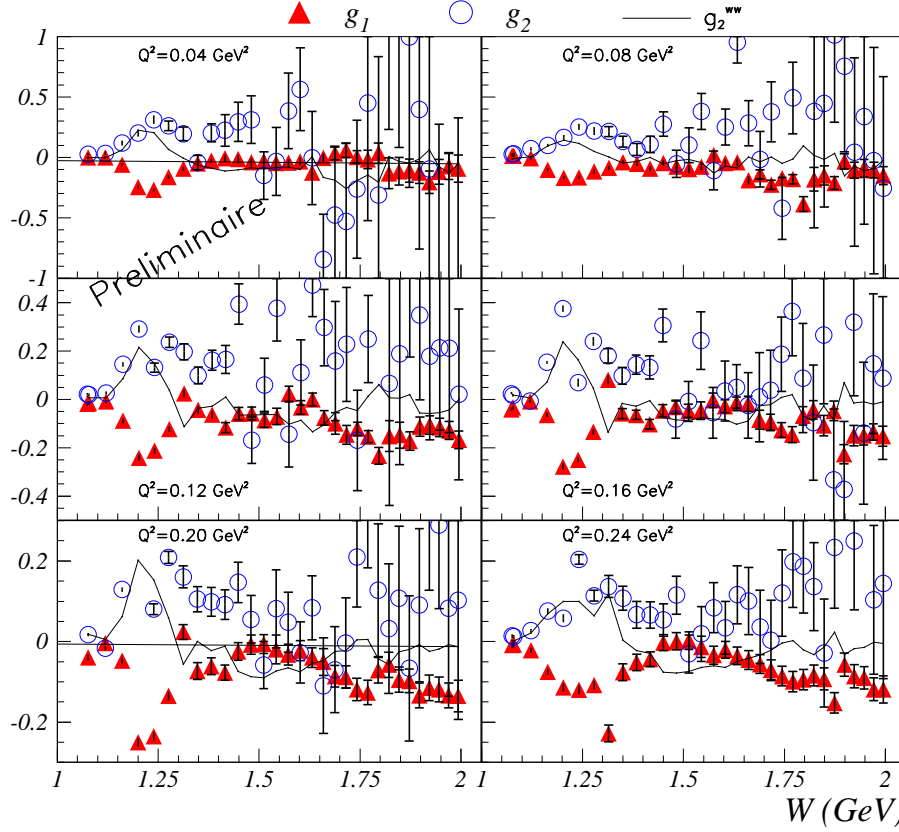


Figure 5.22: Les fonctions  $g_1^{3\text{He}}$  et  $g_2^{3\text{He}}$  mesurées à très bas  $Q^2$  dans la région des résonances (expérience E97-110). Les résultats sont préliminaires et seules les incertitudes statistiques sont figurées.  $g_2^{ww}$  est construit en utilisant les mesures de  $g_1^{3\text{He}}$  portées sur la figure.

$x$ . La relation  $g_2^{ww}(x, Q^2) = -g_1(x, Q^2) + \int_x^1 dy \frac{g_1(y, Q^2)}{y}$  peut alors être approximée par:  $g_2^{ww}(x, Q^2) \simeq -g_1(x, Q^2)$ . Si les opérateurs de twists supérieurs entrant dans la dérivation de  $g_2$  dans le cadre de l'OPE sont petits, on obtient  $g_2 \simeq -g_1$ . Cette interprétation, basée sur le formalisme du DIS et supposant que certains termes de twists supérieurs sont petits, parvient à la même conclusion que l'argument basé sur la nature de la transition nucléon- $\Delta$ . Cela a été interprété comme l'expression d'un aspect de la dualité hadron-parton. Cependant, comme nous allons voir dans la section suivante, la dualité est clairement violée dans la région du  $\Delta$  aux petits  $Q^2$  de E97-110 et E94-010.

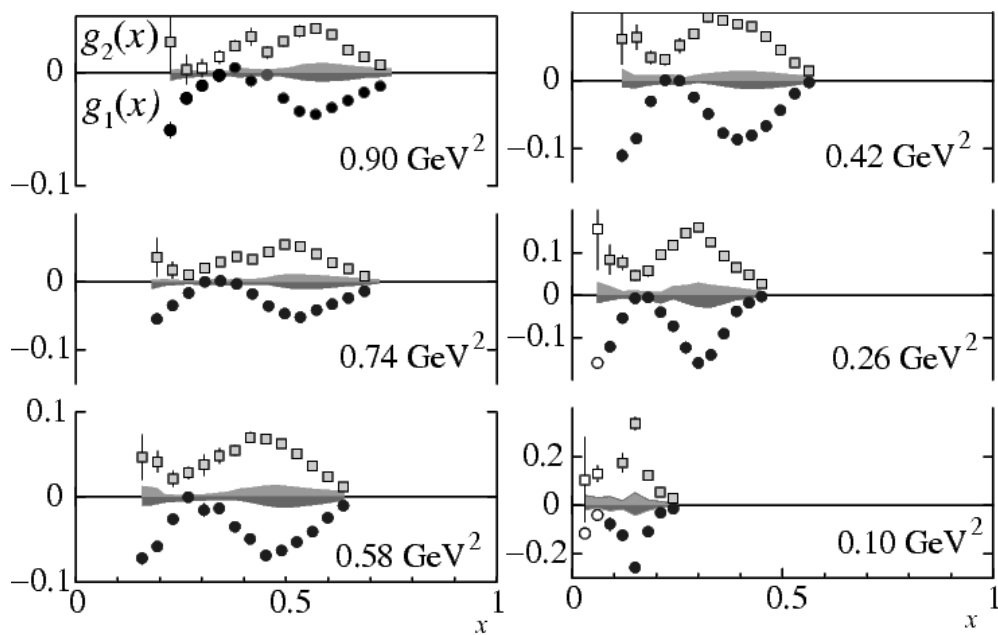


Figure 5.23: Les fonctions  $g_1^{3He}$  et  $g_2^{3He}$  mesurées à bas  $Q^2$  dans la région des résonances (expérience E94-010) [137]. Les incertitudes statistiques sont données par les barres d'erreurs, celles systématiques par les bandes grises.



## 5.9 Étude de la dualité parton-hadron

Le phénomène de dualité parton-hadron a été observé en 1970 par E Bloom et F Gilman [39]. Ils ont constaté une remarquable similarité entre la fonction de structure non polarisée  $F_2$  mesurée dans le DIS et celle mesurée dans la région des résonances. La mesure dans DIS apparaît comme une moyenne précise de la mesure dans les résonances, cf figure 5.24.

Cette coïncidence s'interprète en considérant que la contribution totale des termes de twists supérieurs dynamiques est petite. La dualité est donc un aspect de l'étude des corrélations entre partons (i.e. effets de twists supérieurs). Si la dualité était établie, elle permettrait d'utiliser les données des résonances plutôt que celles du DIS et ainsi d'accéder à des régions de plus grand  $x$ . D'autre part, elle permettrait aussi d'inclure dans les paramétrisations de distributions de partons les données de résonances bien plus nombreuses, plus précises et d'une couverture en  $x$  plus grande que celles du DIS (cf figure 4.1).

Initialement, seule la dualité sur les fonctions de structures non polarisées avait été étudiée précisément. Les données des expériences de JLab EG1b, RSS, E01-012 et E94-010 permettent de réaliser pour la première fois un test précis de la dualité pour les fonctions de structure en spin. Une revue récente du phénomène de dualité pour les cas polarisés et non-polarisés par W Melnitchouk, R Ent et C Keppel est disponible dans [135]. Pour l'étude de la dualité, la *variable de Nachtmann*  $\xi$  est quelquefois utilisée. Elle s'apparente à  $x$  et corrige approximativement des effets des twists cinématiques. On a  $\xi = \frac{2x}{1 + \sqrt{1 + 4M^2 x^2 / Q^2}}$ .

### 5.9.1 Dualité sur la fonction de structure $g_1$

L'étude de la dualité sur  $g_1^p$ ,  $g_1^d$  et  $g_1^n$  issus des données d'EG1b et de RSS est présentée sur la figure (5.25). On note le bon accord entre les expériences EG1b et RSS (graphes de droite). La valeur de  $x$  à laquelle le phénomène de dualité apparaît dépendant du  $Q^2$  considéré. La résonance  $\Delta$  viole clairement la dualité à bas  $Q^2$ . Ceci est attendu puisque  $g_1$  est négatif au niveau du  $\Delta$  à cause de la transition  $M_{1+}$ , voir la discussion<sup>30</sup> sur  $\sigma_{TT}$  section 5.2.1.1. Le phénomène de dualité semble s'installer sur tout le domaine en  $x$  au dessus de  $Q^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  où  $g_1$  commence à osciller autour de la courbe de DIS. La dualité semble apparaître à plus

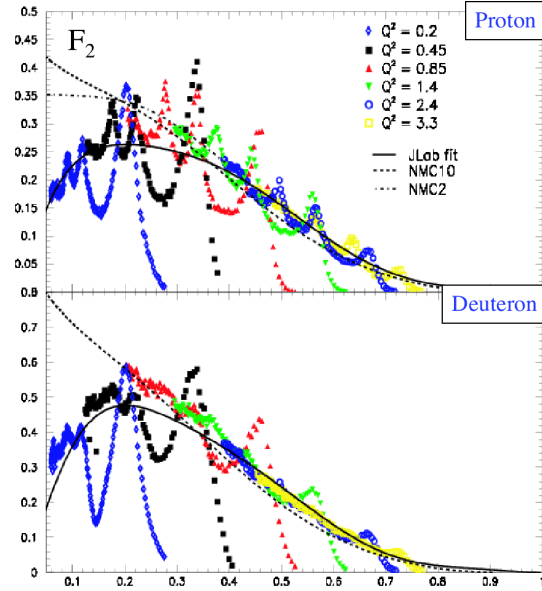


Figure 5.24: Dualité vue sur la fonction de structure  $F_2$  pour le proton (haut) et le deuteron (bas). Données du hall C de I Nicolescu et al [141].

<sup>30</sup>La discussion s'applique à  $g_1$  car on a  $\sigma_{TT} \propto (g_1 - \gamma^2 g_2) \simeq g_1(1 + \gamma^2) \propto g_1$  au niveau du  $\Delta$ .

petit  $Q^2$  dans le cas de  $g_1^d$ . On s'attend en effet à ce que le phénomène de dualité se réalise plus facilement pour les noyaux composés à cause du mouvement de Fermi des nucléons à l'intérieur des noyaux.

La dualité sur la fonction de structure  $g_1^{^3He}$  a d'abord été testée avec les données de E94-010 à relativement bas  $Q^2$ , voir figure 5.26. L'oscillation des données des résonances autour des données du DIS (bande grise) semble indiquer que la dualité existe même à ces faibles  $Q^2$ . Les données du DIS proviennent de l'expérience du SLAC E154. Elles concernent le neutron et n'ont pas été corrigées des effets radiatifs de QCD (les twists cinématiques sont corrigés approximativement par l'emploi de  $\xi$ ).

Les résultats sur  $g_1^{^3He}$  à plus grands  $Q^2$  provenant de l'expérience E01-012 sont visibles sur la figure 5.27. Le régime de dualité est atteint pour toutes les valeurs de  $Q^2$ . On note le passage de  $g_1$  négatif au niveau du  $\Delta$  vers les valeurs positives quand  $Q^2$  augmente, en accord avec la restauration de la symétrie chirale, comme discuté dans la section 5.2.1.1.

### 5.9.2 Dualité dans les asymétries $A_1$ et $A_2$

Les données sur les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  provenant de RSS (proton) et E01-012 ( $^3He$ ) sont présentées sur les figures 5.28 et 5.29. On peut comparer  $A_1^p$  et  $A_1^{^3He}$  aux paramétrisations des données DIS. L'asymétrie  $A_2^{^3He}$  peut être comparée aux données du DIS des expériences E142, E154, HERMES et particulièrement E99-117.

La dualité sur  $A_1$  semble se manifester pour  $Q^2 \gtrsim 2.6$  GeV<sup>2</sup> (figure 5.29). A plus bas  $Q^2$ , la présence du  $\Delta$  invalide le phénomène. On note sur les données d' $^3He$  dans les résonances la faible dépendance en  $Q^2$  de  $A_1$  (abstraction faite du  $\Delta$ ). Cette faible dépendance en  $Q^2$  est caractéristique de  $A_1$  dans le DIS. Ceci tient à ce que  $A_1 \simeq g_1/F_1$  et à ce que les deux fonctions de structure  $g_1$  et  $F_1$  ont la même dépendance en  $Q^2$  au premier ordre des corrections radiatives de QCD. Ce n'est pas le cas, *a priori*, pour la dépendance en  $Q^2$  due aux effets radiatifs dans les termes de twists supérieurs. Cette faible dépendance en  $Q^2$  dans les résonances est donc en accord avec le phénomène de dualité. On note que la dualité sur  $A_1$  semble se manifester à plus grand  $Q^2$  que  $g_1$ . A l'opposé, la dualité sur  $A_2$  (vérifiable sur l' $^3He$  uniquement par comparaison aux données de E99-117) se révèle à plus bas  $Q^2$  que sur  $A_1$ . Ceci est dû à la suppression du  $\Delta$  dans  $A_2$  ( $A_2 \propto \sigma_{TL}$ , cf équation page 15).

### 5.9.3 Dualité globale

La dualité globale est testée en formant les moments partiels  $\tilde{\Gamma}^{res}$  où l'intervalle d'intégration porte sur toute la région des résonances, c'est à dire de  $x_{min}$  correspondant à  $W \simeq 2$  GeV à  $x_{max}$  correspondant au seuil de production de pion sur le nucléon. Le moment  $\tilde{\Gamma}^{DIS}$  est calculé dans le DIS sur le même intervalle en  $x$  avec les fonctions de structure de twist dominant.  $\tilde{\Gamma}^{DIS}$  est corrigé des effets radiatifs de pQCD et des effets des twists cinématiques (effets de masse finie). La dualité globale est validée si  $\tilde{\Gamma}^{res} = \tilde{\Gamma}^{DIS}$ .

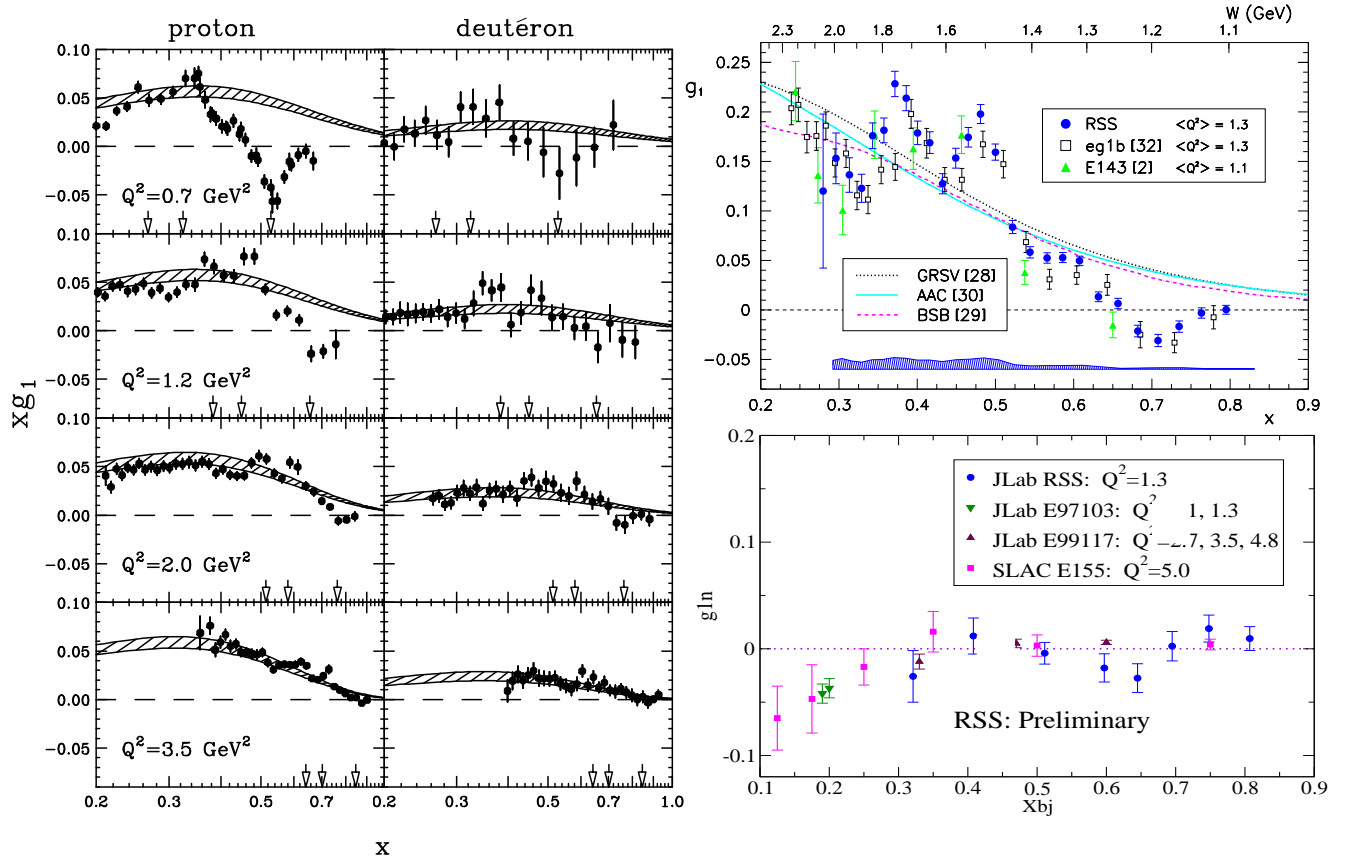


Figure 5.25: A gauche, étude de la dualité de  $g_1^p$  et  $g_1^d$  (données de d'EG1b. Seule une partie des données sont présentées). La courbe représente la paramétrisation du DIS corrigée des effets radiatifs de QCD et des twists cinématiques. Les flèches indiquent les positions du  $\Delta$  et des deux régions des résonances. A droite, étude similaire sur  $g_1^p$  (haut) et  $g_1^n$  (bas, résultats préliminaires) par la collaboration RSS. Les données sur  $g_1^p$  de d'EG1b à  $Q^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$  y sont également indiquées. Les données sur  $g_1^n$  des expériences dans le DIS E155, E99-117 et E97-103 sont portées avec les données de résonances de RSS .

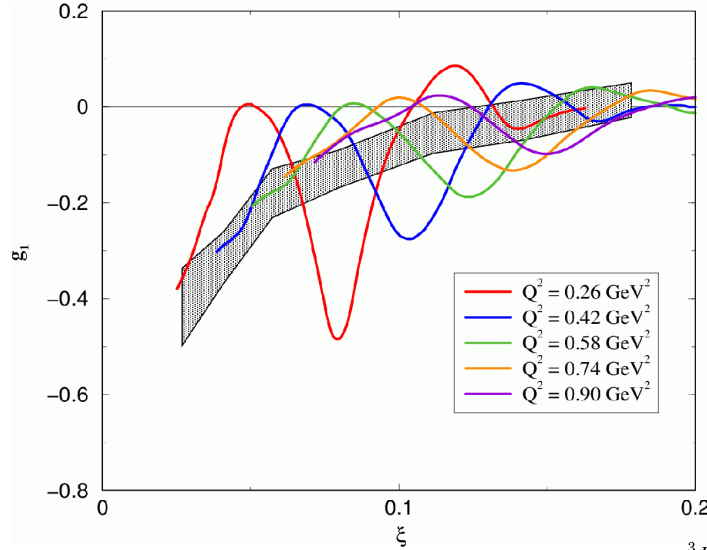


Figure 5.26: La dualité sur la fonction de structure  $g_1^{3He}$  (données de E94-010, voir la thèse de K Slifer [152]). La variable  $\xi$  s'apparente à  $x$  et corrige approximativement des effets des twists cinématiques. La bande grise représente les données DIS sur le neutron (expérience E154 [2]). L'incertitude statistique sur un point des données de E94010 est typiquement 3 fois plus petite que celle de E154.

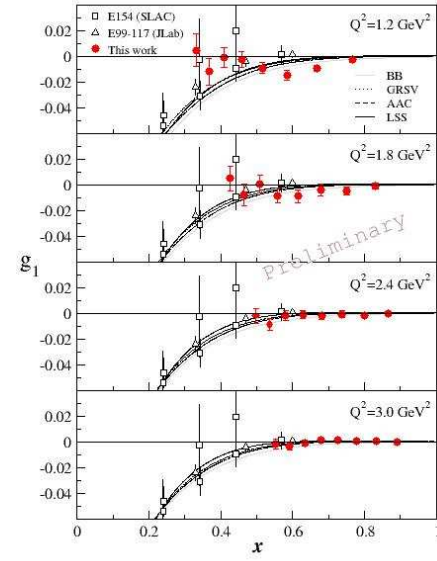


Figure 5.27: Les mesures de  $g_1^{3He}$  provenant de l'expérience E01-012, comparées à plusieurs paramétrisations du DIS (corrigées des effets radiatifs et de twists cinématiques).

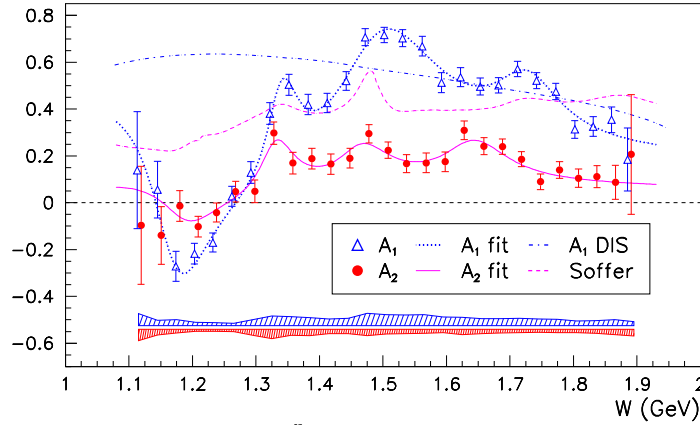


Figure 5.28: Phénomène de dualité sur  $A_1^p$  d'après les résultats de l'expérience RSS. L'asymétrie est donnée en fonction de  $W$ , contrairement aux autres figures. La résonance  $\Delta$  se situe à gauche. Les données sur  $A_2^p$  sont également indiquées. Le modèle de Soffer est discuté dans la section 5.4.

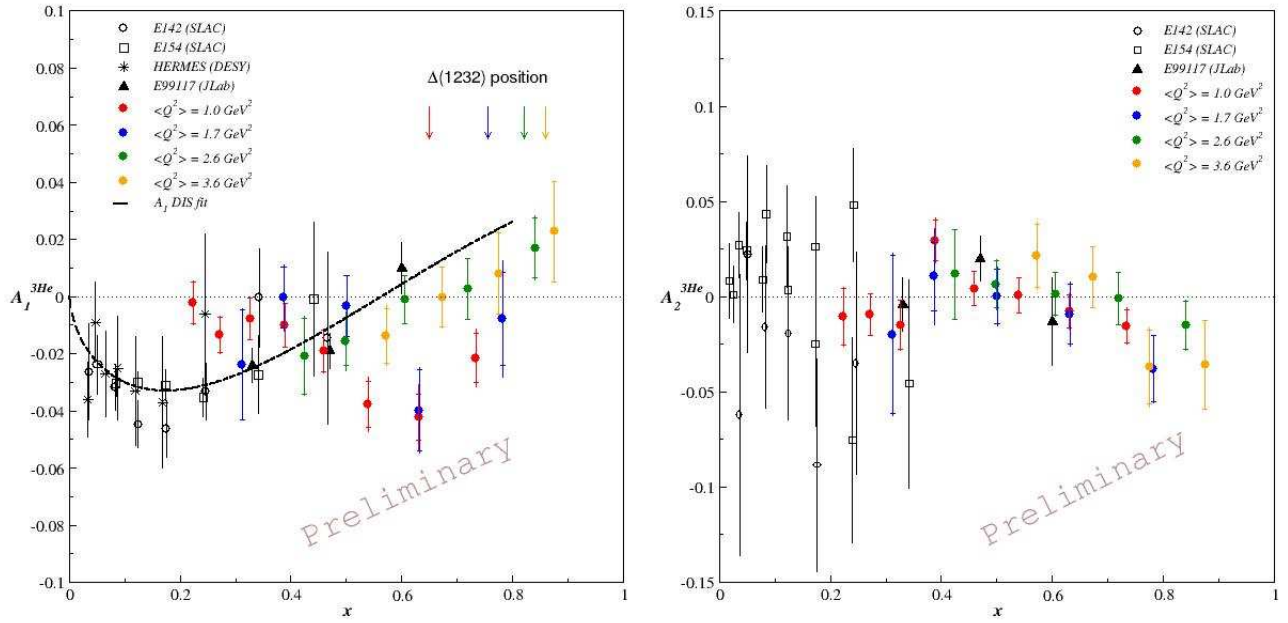


Figure 5.29: La dualité sur  $A_1^{^3\text{He}}$  (à gauche) et  $A_2^{^3\text{He}}$  (à droite), d'après les résultats de l'expérience E01-012. Les données correspondantes du DIS des expériences E142, E154, HERMES et E99-117 sont figurées pour comparaison.

### 5.9.3.1 Étude de la dualité sur $\tilde{\Gamma}_1^p$ et $\tilde{\Gamma}_1^d$

La dualité globale a été testée précisément sur le proton et le deutéron lors de l'expérience EG1, voir P Bosted et al [44]. La moyenne  $Q^2 \langle g_1 \rangle$  est donnée sur la figure 5.30. On définit  $\langle g_1 \rangle = \tilde{\Gamma}_1 / \Delta x$  avec  $\Delta x$  l'intervalle d'intégration de  $\tilde{\Gamma}_1$ .  $\langle g_1 \rangle$  est moyenné sur  $1.08 < W < 2$  GeV (cercles pleins) et sur  $0.9 < W < 2$  GeV (cercles vides). Les barres d'erreur représentent la somme quadratique des incertitudes statistique et systématique. Les cercles pleins représentent la moyenne excluant la contribution élastique, par contre les cercles vides l'incluent. La bande hachurée représente la paramétrisation DIS corrigée des effets radiatifs et de twists cinématiques. Pour le proton, la dualité s'établit pour  $Q^2 \gtrsim 1.8$  GeV<sup>2</sup> ou  $Q^2 \gtrsim 1.0$  GeV<sup>2</sup> en incluant la réaction élastique. Pour le deutéron, la dualité s'établit plus tôt. Cela peut être imputé au mouvement de Fermi, ou à la précision moindre des données sur le deutéron comparée au proton ou bien à la combinaison de ces deux effets.

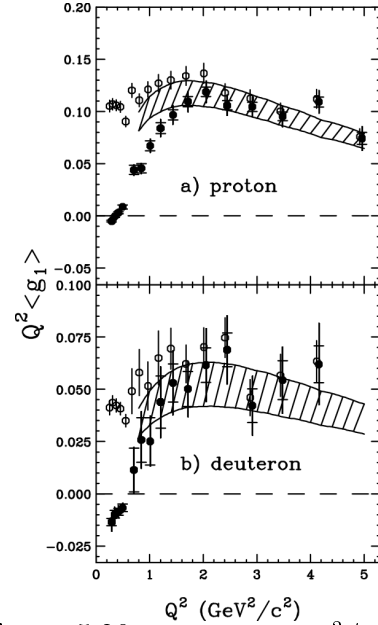


Figure 5.30: la moyenne  $Q^2 \langle g_1 \rangle \propto Q^2 \tilde{\Gamma}_1$  pour le proton (graphe du haut) et le deutéron (graphe du bas).

### 5.9.3.2 Étude de la dualité globale sur $\tilde{\Gamma}_1^n$ et $\tilde{\Gamma}_1^{^3\text{He}}$

Les résultats préliminaires de la collaboration E01-012 pour l'<sup>3</sup>He et le neutron sont présentés sur la figure 5.31, d'après P Solvignon et al [162]. Le tilde indique que seule la contribution des résonances est incluse dans les moments ( $W \lesssim 1.9$  GeV). Les résultats sont dans la continuité de ceux d'E94-010, voir figure 5.31. Les courbes sur la figure représentent les moments calculés jusqu'à  $W = 1.93$  GeV en utilisant diverses paramétrisations des distributions de partons polarisées (twists 2). Tout comme pour  $\Gamma_1^{p-n}$ ,  $\tilde{\Gamma}_1^p$  et  $\tilde{\Gamma}_1^d$ , l'accord entre  $\tilde{\Gamma}_1$  (qui n'inclut que les données des résonances) et les courbes BB, GRSV, AAC et LSS indiquant la contribution de twist 2 implique que la dualité globale est respectée pour  $\Gamma_1$  dans le domaine en  $Q^2$  couvert. Notons que le mouvement de Fermi, qui facilite l'établissement de la dualité, est présent dans  $\tilde{\Gamma}_1^n$  car il n'existe pas de cible de neutrons libres.

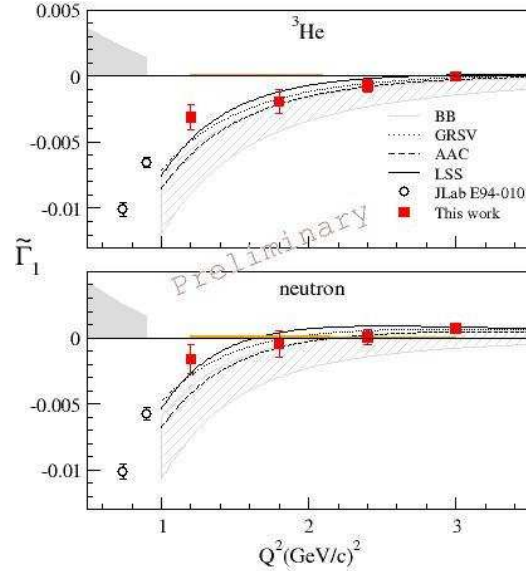


Figure 5.31: Les moments  $\tilde{\Gamma}_1^{^3\text{He}}$  (en haut) et  $\tilde{\Gamma}_1^n$  (en bas), d'après les résultats de E01-012.

Notons que le mouvement de Fermi, qui facilite l'établissement de la dualité, est présent dans  $\tilde{\Gamma}_1^n$  car il n'existe pas de cible de neutrons libres.

## 5.10 Conclusion: Les connaissances acquises à JLab sur la structure en spin du nucléon et cohérence de ces résultats

Nous concluons ce chapitre en discutant les connaissances acquises grâce aux expériences inclusives de diffusion doublement polarisées à JLab. Afin de bien distinguer cet apport, nous rappelons d'abord ce que nous ont appris les expériences dans le DIS réalisées dans les laboratoires de plus hautes énergies.

### 5.10.1 Résultats des expériences à haute énergie

Les expériences inclusives de diffusion doublement polarisées dans le DIS du CERN, du SLAC et du DESY ont jeté les bases de notre compréhension de la structure en spin du nucléon. Nous avons appris que:

- L'interaction forte, responsable de la structure du nucléon, **est convenablement décrite par la théorie de jauge de pQCD, même quand les degrés de liberté de spin sont pris en compte.**

- **La modélisation du nucléon comme somme de partons quasi-libres corrigée des effets radiatifs de QCD est appropriée** pour décrire le spin du nucléon dans le domaine du DIS. Il en découle que le spin du nucléon  $S_N$  doit être écrit, *a priori*, comme<sup>31</sup>:

$$S_N = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + (\Delta G + L_g) + L_q \quad (5.11)$$

où  $\Delta\Sigma$  est la contribution du spin des quarks au spin du nucléon et  $L_q$  la contribution du moment angulaire orbital des quarks. La contribution totale des gluons est  $(\Delta G + L_g)$ . On note que les contributions individuelles des gluons ne sont pas des quantités invariantes de jauge. Avant les expériences sur la structure en spin on pensait que  $(\Delta G + L_g) \simeq 0$  et  $L_q \simeq 0.15$  dû à un effet cinématique<sup>32</sup>. On attendait donc  $\Delta\Sigma \simeq 0.7$ .

- **La contribution  $\Delta\Sigma$  du spin des quarks au spin du nucléon est d'environ 0.3. Le rôle des gluons et du moment angulaire orbital des quarks est donc plus important que prévu**[140].

---

<sup>31</sup>Ces quantités sont indépendantes de  $Q^2$  ou  $x$  car elles sont évidemment intégrés sur  $x$  et on se place à  $Q^2 \rightarrow \infty$  (limite de Bjorken).

<sup>32</sup>La détermination de la contribution des spins des quarks au spin du nucléon se fait par la mesure des moments de  $g_1$ . Ceux-ci sont reliés aux courants axiaux des quarks, voir par exemple la discussion page 30. Quand on peut négliger la petite composante du spineur du fermion (cas non-relativiste), le courant axial est proportionnel à la contribution des spins des quarks au spin du nucléon. Cependant, comme les quarks sont confinés dans un petit volume, ils sont ultrarelativistes. Dans ce cas le courant axial est proportionnel à la contribution des spins des quarks moins une partie due à la petite composante du spineur du fermion. Comme dans le modèle des quarks constituants les gluons ne jouent pas de rôle au premier ordre, cette partie manquante ne peut être associée qu'à  $L_q$ . Cela est plausible puisque on trouve expérimentalement que  $\Delta G \simeq 0$ .

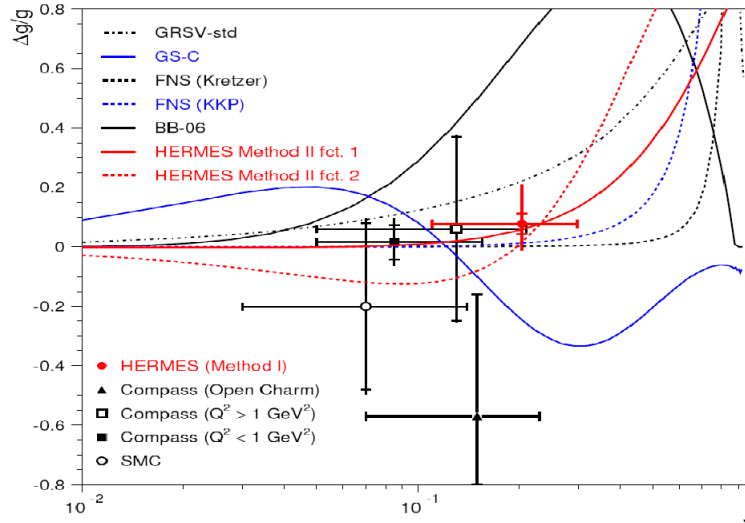


Figure 5.32: États des connaissances sur  $\Delta g/g$ , d'après un rapport de N Bianchi [34]. On note que  $\Delta g/g \simeq 0$  mais avec une grande incertitude.

- **La règle de somme d'Ellis-Jaffe, équation 3.27, est violée pour le neutron et le proton.** Cela entraîne que **les quarks étranges de la mer de Dirac soient significativement polarisés**, ou bien que la brisure de la symétrie de masse  $SU(3)$  joue un rôle important. L'hypothèse que la mer étrange est significativement polarisée est généralement celle retenue.

- **Les effets globaux des termes de twists supérieurs sont petits à des  $Q^2$  de quelques  $\text{GeV}^2$ .**

En outre, les distributions de partons polarisées ( $\Delta u + \Delta \bar{u}$ ), ( $\Delta d + \Delta \bar{d}$ ) et  $\Delta s$  ont été précisément extraites dans le domaine en  $x$  couvert par les expériences. La distribution polarisée des gluons  $\Delta G$  qui n'est accessible qu'indirectement est moins connue, cf figure 2.5.

Les résultats semi-inclusifs nous apprennent de surcroît que:

- La distribution polarisée des gluons  $\Delta g(x)$  à  $x \simeq 0.1$  est compatible avec 0. Les divers résultats expérimentaux sur  $\Delta g/g$  sont présentés sur la figure 5.32. Comme les gluons ne sont nombreux qu'à petit  $x$ , cf figure 2.5, l'intégrale de  $\Delta g(x)$ ,  $\Delta G$ , **est petite**.

- **Les quarks étranges sont peu polarisés (HERMES).** Cela invalide la conclusion généralement admise sur l'origine de la violation de la règle de somme de Ellis-Jaffe. Il est important de vérifier indépendamment ce résultat.

### 5.10.2 Image émergente de la structure en spin nucléon

L'image de la structure en spin du nucléon émanant de ces résultats est la suivante: Le nucléon apparaît comme un mélange de quarks quasi-libres et de gluons créés lors des processus radiatifs de type bremsstrahlung. Les gluons ont une polarisation apparemment négligeable, de même que les quarks et antiquarks de la mer de Dirac (i.e. résultant de la création de paires



par ces gluons). Les quarks de valence portent  $1/5$  à  $1/3$  de la polarisation des nucléons. Le reste provient du moment angulaire orbital des quarks,  $L_q$ . Dans cette contribution, une partie résulte d'un effet relativiste. D'après le modèle des quarks constituant cet effet, conséquence directe de l'équation de Dirac pour un quark léger évoluant dans un potentiel confinant, contribue pour environs 30%. Il était connu avant même les premiers résultats de la collaboration EMC au CERN. Le reste de la contribution du moment angulaire orbital des quarks n'est toujours pas connu. Il pourra être estimé lorsque notre connaissance des *distributions de partons généralisées* (GPD) deviendra suffisante pour évaluer la règle de somme de Ji<sup>33</sup> [110]. Néanmoins cette dernière contribution pourrait être évaluée grâce à la conservation du moment angulaire, équation 5.11, si l'image du nucléon que nous venons de décrire est correcte.

Finalement, les mesures montrent que l'effet global des twists supérieurs est compatible avec zéro. Cela signifie que les corrélations entre partons, par exemple l'interaction quark-quark, n'est pas perceptible aux échelles de distances sondées par ces expériences. C'est un résultat *a priori* surprenant puisque ces corrélations sont *in fine* responsables du confinement des quarks. Les expériences du SLAC ou de l'expérience HERMES concernent des  $Q$  de 1 à 2 GeV qui sont peu éloignés de l'échelle du confinement  $\Lambda_{QCD} \simeq 0.3$  GeV. On s'attendait à ce qu'elles soient sensibles aux effets des twists supérieurs.

### 5.10.3 Questions en attente

Les résultats des expériences à haute énergie laissent plusieurs questions ouvertes:

- Quelle est la raison de l'invariance d'échelle étonnement précoce (pourquoi les effets de twists supérieurs, i.e., les corrélations entre partons, n'apparaissent pas dans les données)?
- Quelle est *précisément* la contribution des gluons  $\Delta G$ ? Est-elle vraiment négligeable?
- Quelle est *expérimentalement* la contribution  $L_q$ ?
- L'image simple du nucléon dans la région des grands  $x$  est-elle correcte? Est-ce que les prédictions *absolues* de pQCD à grand  $x$  sont valides?
- Quel rôle joue les distributions de partons à petit  $x$ ? Les descriptions de pQCD et les équations DGLAP sont-elles valides?<sup>34</sup>

Sauf sur ce dernier point, les expériences de JLab répondent partiellement à ces questions. En outre, les expériences explorent la transition entre les descriptions de l'interaction forte à petite et grande échelle, étude qui n'est pas possible avec les données aux plus hautes énergies.

---

<sup>33</sup>Il peut, à l'heure actuelle, être évalué grâce aux premières données de diffusion Compton profondément virtuelle (largement) interprétées dans les modèles phénoménologiques des GPD, voir M Mazouz et al [134].

<sup>34</sup>La faible contribution des quarks de la mer et des gluons au spin du nucléon rend ce sujet moins critique qu'on ne le pensait pour la compréhension de la structure en spin du nucléon.

### 5.10.4 Résultats de JLab

Les informations acquises grâce aux résultats de JLab comprennent cinq catégories:

1. Les corrélations entre partons.
2. Le domaine des grands  $x$ .
3. Les différentes contributions au spin du nucléon.
4. La transition entre les descriptions fondamentale et effective de l'interaction forte.
5. La modélisation de la structure du nucléon.

#### 5.10.4.1 Les informations sur les corrélations entres partons

• **L'effet global des corrélations entres partons reste petit même aux  $Q^2$  de JLab:**

- Les moments de fonctions de structure en spin sont bien décrits par pQCD à l'ordre de twist dominant aux  $Q^2$  modérés de JLab.

- On ne constate pas de déviation entre  $g_2$  et  $g_2^{ww}$  dans le domaine du DIS.

- Le phénomène de dualité est valide jusqu'à des  $Q^2$  très faibles si le  $\Delta_{1232}$  est exclu.

Cependant, **les contributions des twists ordre par ordre, sont grandes:** à  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , la contribution du twist d'ordre 4 est similaire à celle du twist d'ordre 2 pour les moments de fonctions de structure en spin. **La petitesse de l'effet globale des twists supérieurs vient de l'alternance de signes des corrections en puissances de  $1/Q^{twist-2}$  et de la taille similaire des coefficients des twists d'ordre 2, 4 et 6.** Cette alternance de signes s'interprète naturellement dans le cadre de la dominance vectorielle.

- **La dépendance en  $x$  de ces corrélations est désormais connue pour  $g_1$ .** Les effets de twists dynamiques sont importants à  $x$  modéré mais deviennent comparativement petits aux grand et petit  $x$ .<sup>35</sup>

Ces résultats sont en accord avec le fait que E97-103 n'a pas vu d'effets de twists supérieurs dans  $g_1^n$  à condition que les twists dynamiques compensent les twists cinématiques. Cette compensation est vérifiable puisque les twists dynamiques ont été extraits et que la correction des twists cinématiques est connue, voir les travaux de J Blümlein et A Tkabladze [40]. La vérification s'impose, d'autant qu'elle n'est pas établie pour les moments, voir le paragraphe suivant.

La possibilité de l'annulation des effets de twists dynamiques par les effets de twists cinématiques est invalidée pour les moments de fonctions de structure en spin: Le moment  $d_2$  s'interprètent à grand  $Q^2$  comme un terme de twist 3 cinématique. Les mesures montrent que  $d_2$  est petit sur tous le domaine en  $Q^2$  par rapport aux distributions de twist 4 ( $f_2$ ). Ce fait s'interprète bien dans le modèle à deux échelles ou le modèle des instantons.

---

<sup>35</sup>La fonction  $g_1$  étant petite à grand  $x$ , les effets de twists peuvent néanmoins rester importants.

- La **vérification par les expériences de la règle de somme de Burkhardt-Cottingham** entraîne que  $g_2$  ne soit pas une fonction singulière. Cette conclusion peut certainement s'appliquer terme à terme pour la série de twists représentant  $g_2$ .

- A  $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ , les effets globaux des twists supérieurs deviennent visibles:

- A  $Q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$ , la contribution des twists supérieures à  $g_2^n$  est aussi grande que le terme de twist 2  $g_2^{ww}$ . Les incertitudes systématique et statistique sur ce résultat sont importantes (50% et 25% respectivement).

- Les déviations entre  $g_2$  mesuré dans la régions des résonances et  $g_2^{ww}$  construit avec le  $g_1$  mesuré simultanément sont notables. Il est difficile pourtant de distinguer la nature et l'ordre des twists dans ce cas puisque  $g_2^{ww}$  contient lui même des termes de twists supérieurs et des effets de cohérence alors que la dérivation de sa forme dans l'OPE est tronquée à l'ordre de twist 2 et suppose une diffusion incohérente.

- Le fait que  $\gamma_0 \neq 3\delta_{LT}$  implique soit que  $g_2 \neq g_2^{ww}$ , soit que le  $Q^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$  soit trop petit pour que la limite  $\gamma_0 \rightarrow 3\delta_{LT}$  soit valide.

- La violation de la dualité au niveau du  $\Delta$  implique des effets de twists supérieurs ou de cohérence importants.

D'un point de vue pratique, **la bonne compréhension de l'effet global des twists supérieurs, ainsi que sa petitesse, peut permettre d'étendre considérablement la base de données expérimentales utilisée pour l'extraction des distributions de partons polarisées.**

#### 5.10.4.2 Les informations dans le domaine des grands $x$

Les résultats de JLab apportent les premières contraintes importantes pour les distributions de partons à grand  $x$ . **L'image du nucléon où seuls les 3 quarks de valence jouent un rôle à grand  $x$  semble confirmée.** De même le modèle des quarks constituants avec correction pour l'échange à 1 gluon semble pertinent.

#### 5.10.4.3 Les informations sur les différentes contributions au spin du nucléon

Les données inclusives doublement polarisées de JLab fournissent des informations sur les trois composants  $\Delta\Sigma$ ,  $L_q$  et  $\Delta G$  qui contribuent au spin du nucléon.

L'analyse du groupe LSS montre que **l'incertitude sur  $\Delta G$  diminue de façon importante, d'un facteur 2 vers  $x = 0.3$  et d'un facteur 4 vers  $x = 0.5$ . L'amplitude de la distribution  $\Delta G$  décroît d'environ 1/3 par rapport à la distribution précédemment établie par le groupe LSS.** Tout comme pour l'étude en fonction de  $x$  des twists supérieurs, il est souhaitable que les autres collaborations qui travaillent sur la paramétrisations des distributions de partons dupliquent le travail de LSS afin que le résultat final soit indépendant du choix de paramétrisation de  $\Delta G$  fait par une collaboration particulière.

**Les données à grand  $x$  révèlent directement les effets du moment angulaire orbital des quarks. Le négliger, c'est à dire ne décrire le nucléon que par une**

**fonction d'onde composée de quarks dans un état  $S$ , entraîne une incompatibilité entre les données et les contraintes de pQCD.** On ne peut néanmoins pas relier ces résultats à  $L_q$  car il faudrait pour cela connaître la fonction d'onde du nucléon sur tout le domaine en  $x$ , et pas seulement à grand  $x$ .

Les paramétrisations ajustées sur les données mondiales sur  $\Gamma_1$  à grand  $Q^2$  impliquent des contributions du spin des quarks au spin du nucléon de  $\Delta\Sigma = 0.15 \pm 0.07$  pour le proton et de  $\Delta\Sigma = 0.35 \pm 0.08$  pour le neutron. Ces deux valeurs sont incompatibles et indiquent sans doute que nos connaissances de  $g_1$  à bas  $x$  sont insuffisantes. Ces analyses n'incluent pas les données d'EG1b et sont donc dominées par les données du CERN, du DESY et du SLAC. Une analyse incluant les données d'EG1b sera faite prochainement. La contribution à très petit  $x$  peut jouer un rôle important mais n'est pas mesurable à JLab.

#### 5.10.4.4 La transition entre les descriptions fondamentale et effective de l'interaction forte

La transition entre la description fondamentale de l'interaction forte et sa description effective en terme de hadrons se traduit par une évolution en  $Q^2$  importante des moments  $\Gamma_1$  et  $\gamma_0$ . **L'évolution est régulière et ne montre pas de trace de transition de phases.** Ce fait important est à la base du travail discuté dans le chapitre 6. **A grand  $Q^2$  pQCD décrit bien les données sans faire appel aux corrélations entre partons, ce qui est surprenant au premier abord mais se comprend finalement en terme de série de twists à signes alternatifs.**

A plus bas  $Q^2$  la théorie effective des perturbations chirales, basée sur les symétries du Lagrangien de QCD, n'est pas en bon accord avec les mesures de la plupart des observables ( $\Gamma_1$ ,  $d_2$ ,  $\gamma_0$ ,  $\delta_{LT}$ , ainsi que l'analyse de ces quantités en termes de composantes isoscalaires et isovectorielles). Quand un accord apparaît, il peut être attribué aux grandes incertitudes tant expérimentales que théoriques. Il ressort que le  $\Delta$ , suggéré initialement comme source la plus probable de désaccord, n'est pas responsable des désaccords.

Les résultats de calculs sur réseau pour la région de transition ne sont pas encore disponibles. **On rappelle qu'un aspect important des calculs sur réseau est l'extrapolation à la masse physique du pion, guidée par les calculs en perturbations chirales.** Dans le cas des observables discutées ici, les calculs en perturbations chirales ne reproduisent généralement pas les données. On peut donc mettre en question l'incertitude sur les extrapolations utilisées dans les calculs sur réseau.

#### 5.10.4.5 La modélisation de la structure du nucléon

**Tous les résultats discutés dans ce document s'interprètent bien dans les modèles d'instantons** (mesure de  $A_1$  à grand  $x$ , magnitudes et signes des termes de twists  $d_2$  et  $f_2$

et la différence d'ordres de grandeurs entre ces deux termes) **sauf la mesure de  $g_2 - g_2^{ww}$  à  $W > 2$  GeV où ces modèles prédisent un signe opposé.**

Les dépendances en  $Q^2$  des  $\Gamma_1$  sont en excellent accord avec les modèles phénoménologiques de Burkert et Ioffe et de Soffer et Terryaev. Le modèle phénoménologique MAID est en général en bon accord avec les résultats sur les moments supérieurs des fonctions de structure et avec la somme généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn (neutron) n'incluant que la contribution des résonances. L'accord est moins bon pour les premiers moments  $\tilde{\Gamma}_1$  n'incluant que les résonances. Il y a un désaccord important pour les quantités isovectorielles  $\tilde{\Gamma}_1^{p-n}$  et  $\gamma_o^{p-n}$ . **On constate néanmoins que la description des résonances (modèles de Burkert et Ioffe et MAID) est en général fidèle.**

Le mécanisme de renversement de spin admis pour la transition nucléon- $\Delta$  est en bon accord avec les données sur  $\sigma_{TT}$  et  $\sigma_{LT}$ , où de façon équivalente,  $g_1$  et  $g_2$ . Le passage d'une contribution négative du  $\Delta_{1232}$  à une contribution positive à  $\sigma_{TT}$  ou  $g_1$  à plus grand  $Q^2$  est compatible avec la restauration de la symétrie chirale.

#### 5.10.4.6 Information sur le neutron

Un résultat important sur le plan expérimental est le bon accord entre les données de neutron issues du deutéron ou de  $^3\text{He}$ . Cela valide l'utilisation des cibles polarisées de deutéron ou  $d^3\text{He}$ , tout au moins dans la précision des données de JLab. Voir le document de A Deur, G Dodge et K Slifer [71] pour un résumé sur la complémentarité des cibles polarisées de deutéron ou  $d^3\text{He}$  pour le contrôle des effets nucléaires.

# Chapter 6

## Un exemple d'application: $\alpha_s$ , la constante de couplage forte

Les résultats que nous avons présenté dans ce document permettent l'approche d'autres sujets que ceux de la structure en spin du nucléon ou de la transition hadrons-partons. Dans ce chapitre, nous traitons en exemple l'étude de la constante de couplage forte  $\alpha_s$ .

### 6.1 $\alpha_s(Q^2)$ dans le domaine perturbatif

L'évolution de la constante de couplage forte  $\alpha_s(Q^2)$  avec  $Q^2$  est prédite par QCD dans le domaine perturbatif.  $\alpha_s$  obéit à la série:

$$\mu \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = 2\beta(\alpha_s) = -\frac{\beta_0}{2\pi}\alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi^2}\alpha_s^3 - \frac{\beta_2}{64\pi^3}\alpha_s^4 - \dots \quad (6.1)$$

où  $\mu$  est l'échelle d'énergie qu'on identifiera à  $Q$ . Les premiers termes de la série  $\beta$  sont:  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_s$  où  $n_s$  est le nombre de saveurs de quarks actifs à l'énergie  $\mu$ ,  $\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_s$  et  $\beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_s + \frac{325}{27}n_s^2$ .

La solution de l'équation différentielle peut s'écrire<sup>1</sup> [100]:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} \times \left[ 1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln[\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)]}{\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} \left( \left( \ln[\ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)] - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\beta_2\beta_0}{8\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right] \quad (6.2)$$

Connaissant l'évolution en  $Q^2$  de  $\alpha_s$  grâce à l'équation 6.2, on peut extraire  $\alpha_s$  de données à un certain  $Q^2$ , l'évaluer à une échelle conventionnelle (typiquement  $M_{z_0}^2$ ) et le comparer aux

---

<sup>1</sup>La constante d'intégration est déterminée en mesurant  $\alpha_s(\mu)$  à une certaine échelle, par exemple à  $\mu = M_{z_0}$ . On retrouve le fait que les calculs de pQCD ne donnent que l'évolution d'une observable relativement à sa valeur à une échelle arbitraire.

$\alpha_s$  extraits d'autres réactions. Le bon accord entre ces résultats, voir le *Review of Particle Physics* [176], démontre l'universalité de  $\alpha_s$  et la validité de l'équation 6.1. C'est une des preuves de la pertinence de QCD comme théorie de jauge de l'interaction forte.

Les données dans le DIS fournissent une détermination précise de  $\alpha_s(M_{z_0}^2)$  (voir figure 7.9). Une façon simple de l'extraire est d'admettre la validité de la règle de somme de Bjorken

$$\int_0^1 (g_1^p - g_1^n) dx = \frac{g_a}{6} \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.21 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 + \dots \right] + O\left(\frac{1}{Q^2}\right). \quad (6.3)$$

On en extrait  $\alpha_s$  en utilisant les mesures expérimentales de l'intégrale  $\Gamma_1^{p-n}$ .

## 6.2 $\alpha_s$ dans le domaine non perturbatif

On note que l'équation 6.2 diverge quand  $Q^2 \rightarrow \Lambda_{QCD}^2$ . Ce n'est pas un problème conceptuel car on est hors du domaine d'application de pQCD. Néanmoins, comme nous l'avons signalé dans le chapitre précédent, la transition de grand à petit  $Q^2$  se fait sans discontinuité ni transition de phase. On doit donc pouvoir définir une constante de couplage effective qui s'identifie à  $\alpha_s$  à grand  $Q^2$  mais qui reste finie à petit  $Q^2$ . On obtient ainsi une constante de couplage *effective*  $\alpha_s^{eff}$  pour l'interaction forte.

On peut à nouveau utiliser la règle de somme de Bjorken pour définir  $\alpha_s^{eff}$  à bas  $Q^2$ . Le choix de  $\alpha_s^{eff}$  dans l'expression 6.3 de la règle de somme de Bjorken tronquée au premier ordre:  $\Gamma_1^{p-n} \equiv \frac{1}{6}(1 - \alpha_{s,g_1}/\pi)$ , présente de nombreux avantages. En particulier, il rend la constante de couplage effective régulière (pas de divergence près de  $\Lambda_{QCD}$ ), indépendante de la procédure de renormalisation choisie et également indépendante de  $n_s$ . En revanche,  $\alpha_s^{eff}$  devient dépendant du choix de la réaction le définissant (d'où l'usage de  $\alpha_{s,g_1}$  dans l'équation précédente). Il existe cependant des relations liant ces différentes constantes de couplage effectives qui peuvent donc être utilisées sans que la théorie perde sa faculté de prédiction<sup>2</sup>. La première de ces relations a été découverte par Crewther [65] (*relation de Crewther*). Elle a été généralisée par Brodsky et ses collaborateurs sous le nom de *relations d'échelles commensurées* [48]. La définition de constantes effectives par les équations d'évolutions de pQCD tronquées au premier ordre a été introduite par Grumberg [102].

Choisir une telle définition revient à inclure dans la constante de couplage les effets des twists supérieurs et les effets radiatifs de pQCD d'ordres supérieurs. On peut consulter le rapport de A Deur [70] pour une définition alternative de  $\alpha_{s,g_1}$ . Des constantes de couplage effectives ont été extraites de plusieurs réactions suivant la prescription de Grumberg. Elle sont comparées entre elles grâce aux relations d'échelles commensurées. Ce travail est rapporté dans la publication de A Deur, V Burkert, J-P Chen et W. Korsch [72]. Les bases théoriques, les avantages et les inconvénients du concept de constante de couplage effective

<sup>2</sup>Dans le cas contraire, des constantes de couplage devraient être extraites des données expérimentales pour toutes les réactions possibles et la théorie n'aurait pas de pouvoir prédictif.

sont également détaillés dans [72] inclus en annexe 4. Un travail plus récent des mêmes auteurs [75] est inclus en annexe 5. Les résultats sont présentés dans la figure 6.1.

Il y a un bon accord entre les différentes constantes de couplage effectives  $\alpha_{s,g1}$ ,  $\alpha_{s,F3}$  et  $\alpha_{s,\tau}$ . Cela n'est pas surprenant car, à part  $\alpha_{s,g1}$ , les constantes de couplage sont extraites dans le DIS où les effets des twists supérieurs sont négligeables. Les différences dues aux radiations de gluons perturbatives sont corrigées par les relations d'échelles commensurées. Les règles de somme de GDH et Bjorken peuvent être utilisées pour estimer  $\alpha_{s,g1}$  respectivement à petit et grand  $Q^2$ , comme expliqué par A Deur, V Burkert, J-P Chen et W Korsch [72]. Les résultats sont présentés sur la figure 6.1. Grâce à ces relations et aux données de JLab dans la région des  $Q^2$  intermédiaires, on obtient pour la première fois une constante de couplage effective sur tout l'ensemble des  $Q^2$ . La caractéristique la plus marquante est que  $\alpha_{s,g1}$  devient invariant d'échelle à petit  $Q^2$ . Ce résultat était prévu par de nombreux calculs mais n'avait jamais été vérifié expérimentalement. Une forme analytique de  $\alpha_{s,g1}$  basée sur l'équation 6.2 tronquée au premier ordre a été ajustée sur les données de JLab [75]. Cette forme est également contrainte par les règles de somme de Bjorken et GDH. La fonction et ses paramètres sont donnés dans l'annexe 5. Le résultat est présenté dans la figure 6.2 par la ligne continue noire (fit).

Il existe nombreuses méthodes de calculs de  $\alpha_s$  à bas  $Q^2$ . Nous citerons les calculs de QCD sur réseau, la résolutions des équations de Schwinger-Dyson ou encore la constante de couplage utilisée dans les modèles des quarks constituants afin de reproduire la spectroscopie des baryons. Une liste plus exhaustive est donnée dans [72]. Le manque de clarté entre de la connexion entre ces  $\alpha_s$  calculés à bas  $Q^2$  rends la comparaison entre les divers résultats hasardeuse. Cela peut être dû à des différences dans les approximations nécessaires pour résoudre les calculs (ex équations de Schwinger-Dyson) ou à l'usage de concepts effectifs (ex quarks constituants). De même, la relation précise entre  $\alpha_{s,g1}$  et ces calculs n'est actuellement pas connue. On peut néanmoins comparer ces résultats aux calculs théoriques pour chercher des caractéristiques communes. Les résultats sont présentés sur la figure 6.2. Pour une discussion sur l'analyse on se référera à [72] et [75]. Les résultats des calculs ont une forme

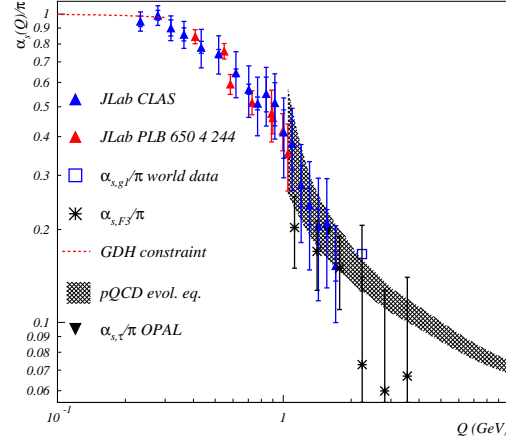


Figure 6.1:  $\alpha_{s,g1}/\pi$  extrait des données de JLab et des données mondiales sur la règle de somme de Bjorken à  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ . On a figuré également  $\alpha_{s,\tau}$  extrait des données d'OPAL sur la désintégration du  $\tau$  [48] et  $\alpha_{s,GLS}$  extrait grâce à la règle de somme de Gross-Llewellyn Smith [99] et des résultats de la collaboration CCFR [119]. Les  $\alpha_{s,g1}/\pi$  déduits de la règle de somme de Bjorken au twist dominant et de la règle de somme de GDH sont donnés respectivement par la bande grise et la ligne pointillée rouge.



similaire aux données. Certains calculs, en particulier ceux sur réseaux, sont en excellent accord quantitatif avec les données. La comparaison relative<sup>3</sup> de la dépendance en  $Q^2$  des données par rapport à celles des calculs montre que les données et tous les calculs coïncident remarquablement.

Ces travaux montrent que  $\alpha_s$  devient invariant d'échelle à petit et grand<sup>4</sup>  $Q^2$ . On note que l'invariance d'échelle est violée dans le domaine en  $Q^2$  correspondant à la transition entre la description fondamentale de QCD (degrés de liberté de quarks et gluons) et celle effective en termes de baryons et de mésons. Il serait intéressant de rapprocher ces deux faits.

L'invariance d'échelle à petit  $Q^2$  (comportement *conforme*) permet d'appliquer les propriétés des *théories des champs conformes*. Cela permet l'étude des propriétés non-perturbatives des hadrons. En particulier, la *correspondance AdS CFT* de J Maldacena [132] (*Anti-de-Sitter space, Conformal Field Theory*) entre des champs de jauge à couplage fort et des états de supercordes faiblement couplées peut être appliquée. Dans ce cadre, des calculs perturbatifs sont effectués sur la théorie faiblement couplée. Ils sont ensuite projetés sur la frontière de l'espace anti-de-Sitter où ils correspondent aux résultats qu'on aurait obtenu en résolvant la théorie des champs de jauge à couplage fort. Cette technique nouvelle permet de calculer les propriétés de la matière hadronique dans le régime non-perturbatif de QCD, voir par exemple les travaux de S J Brodsky et G de Teramond [49].

## 6.3 Résumé

Grâce aux données expérimentales sur la structure en spin du nucléon et à certaines règles de somme, on peut établir une constante de couplage effective de l'interaction forte pour n'importe quel régime de QCD. Cela permet de constater que, à part la région de transition entre les degrés de liberté fondamentaux et effectifs de QCD, celle-ci est une théorie approximativement *conforme* (c'est à dire sans échelle de référence spécifique). Ce point est important dans le cadre de l'application de la *correspondance AdS/CFT* (*anti-de-Sitter space/conformal field theory*) établie en théorie des supercordes. Cette correspondance per-

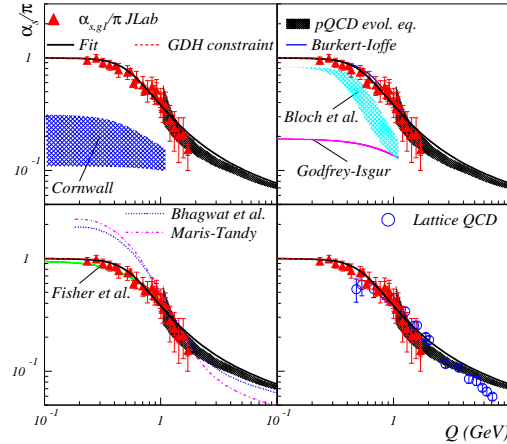


Figure 6.2: La constante de couplage effective  $\alpha_{s,g1}$  extraite des données de JLab, des règles de somme de Bjorken et GDH et du modèle de Burkert et Ioffe [51]. La forme analytique est ajustée sur les données de JLab et contrainte par les règles de sommes. Les calculs sur  $\alpha_s$  sont: en haut à gauche: équations de Schwinger-Dyson (Cornwall [63]); En haut à droite: équations de Schwinger-Dyson (Bloch) [38] et  $\alpha_s$  dans le modèle de quarks constituants de Godfrey-Isgur [96]; en bas à gauche: équations de Schwinger-Dyson (Maris-Tandy [112]), C Fischer, R Alkofer, H Reinhardt et L Von Smekal [91] et Bhagwat et al [32]; En bas à droite: Calculs sur réseau (Furui et Nakajima [93]).

<sup>3</sup>Par exemple en multipliant les résultats des calculs par une constante afin que  $\alpha_s \rightarrow \pi$  quand  $Q^2 \rightarrow 0$ .

<sup>4</sup>L'invariance d'échelle à grand  $Q^2$  est bien connue. C'est la manifestation du phénomène de liberté asymptotique de QCD.

met de mener des calculs analytiques dans le domaine non-perturbatif de QCD.

# Chapter 7

## Perspectives

A la fin du chapitre 5 nous avons décrit ce que les données des expériences inclusives doublement polarisées ont apporté à nos connaissances sur le nucléon et QCD. Dans le chapitre 6 nous avons donné un exemple de contribution inattendue de ces expériences. Nous discutons ici des futurs résultats expérimentaux de JLab. On discutera d'abord les résultats provenant d'expériences qui ont déjà eu lieu ou se dérouleront dans les quelques années à venir. Pour ces expériences, l'énergie maximale du faisceau est d'environ 6 GeV. Nous discuterons ensuite des expériences qui se dérouleront après l'augmentation d'énergie maximale du faisceau de JLab de 6 à 12 GeV. Les premières expériences devraient débuter en 2013.

### 7.1 Mesures sur le neutron ( $^3\text{He}$ ) à bas $Q^2$ (Hall A)

Les données à  $Q^2 \leq 0.04 \text{ GeV}^2$  sur le neutron prises dans le hall A avec une cible d' $^3\text{He}$  polarisée (expérience E97-110) sont en cours d'analyse. Les résultats préliminaires ne sont pas encore disponibles. La précision attendue sur l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn est donnée sur la figure 7.1 (on peut la comparer aux résultats préliminaires à plus grand  $Q^2$ , figure 5.9). Ces données permettront de tester les calculs en perturbations chirales dans un domaine où l'approximation chirale est valide sans ambiguïtés. Après extrapolation à  $Q^2 = 0$ , elles permettront de tester la règle de somme originale de Gerasimov-Drell-Hearn. Ce test sera complémentaire<sup>1</sup> aux expériences de Mayence, Bohn et JLab mesurant cette somme directement à  $Q^2 = 0$  par des expériences exclusives.

### 7.2 Mesures sur le proton et deutéron (hall B)

Nous avons vu que l'expérience sur cibles d'ammoniaque polarisées ( $\text{NH}_3$  et  $\text{ND}_3$ ) dans le hall B (expérience EG1) fournit une partie majeure des données inclusives doublement polarisées, cf figure 4.1. Ces résultats proviennent uniquement de deux énergies de faisceau (1.6 et 5.1 GeV) parmi les quatre employées lors de l'expérience. Les résultats aux énergies de faisceau

---

<sup>1</sup>Les expériences inclusives de JLab sont plus simples et donc plus robustes mais possèdent une incertitude supplémentaire liée à l'extrapolation à  $Q^2 = 0$ .

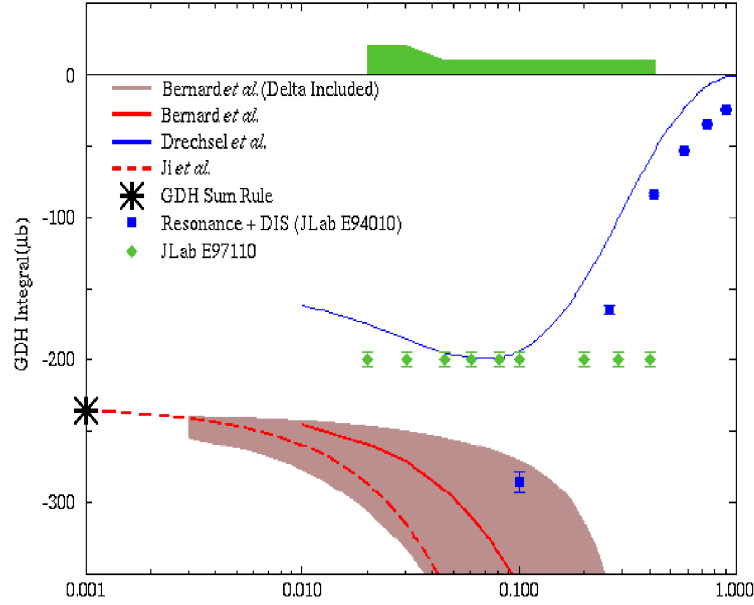


Figure 7.1: Précision attendue sur l'intégral généralisée de GDH sur le neutron pour l'expérience à petits  $Q^2$  du hall A (expérience E97-110, losanges verts). La bande verte donne l'erreur systématique. Les carrés bleus représentent les résultats antérieurs (expérience E94-010 sur  $^3\text{He}$  à  $15.5^\circ$ ). L'erreur systématique n'est pas indiquée. Voir figure 5.9 pour les calculs théoriques et phénoménologiques.

de 2.6 et 4.2 GeV devraient être disponibles dans les mois à venir. Ils fourniront des données très précises dans le domaine de  $Q^2$  intermédiaire. Celle-ci seront particulièrement adaptées à l'étude des corrélations entre partons (extraction des termes de twists supérieurs).

### 7.3 Mesures sur le proton et deutéron à bas $Q^2$ (hall B)

L'expérience s'est déroulée dans le hall B en 2006 sur des cibles polarisées de proton ( $\text{NH}_3$ ) et deutéron ( $\text{ND}_3$ ) est en cours d'analyse (expérience EG4). Les premiers résultats préliminaires devraient être disponibles pour 2008. L'expérience est optimisée pour des mesures de précision sur les moments  $\Gamma_1^p$  et  $\Gamma_1^d$  à très bas  $Q^2$  (0.02 à 0.5  $\text{GeV}^2$ ). Ces bas  $Q^2$  ont été atteints grâce à un nouveau compteur Čerenkov. Celui-ci était placé dans le secteur six à la place du compteur Čerenkov standard. Ce nouveau détecteur améliore l'efficacité de détection à petits angles. D'autres modifications ont été apportées: la cible polarisée a été reculée de 1 m par rapport à l'emplacement standard et un nouveau blindage destiné à réduire le bruit de fond provenant de la diffusion Møller a été installé.

Cette expérience devrait permettre de vérifier la règle de somme de Gerasimov-Drell-Hearn à  $Q^2 = 0$  sur le proton et neutron<sup>2</sup>. Elle est complémentaire à l'expérience du hall

<sup>2</sup>Il n'est pas clair que cela soit possible pour le deutéron car le spectromètre CLAS ne permet pas de séparer la contribution élastique de celle inélastique (*breakup* cassure du deutéron).

A de diffusion à petits angles sur  $^3\text{He}$  (expérience E97-110) et permettra ainsi de tester les calculs en perturbations chirales dans le domaine chiral. La précision attendue sur  $\Gamma_1^p$ , estimée avec le nombre de bons événements enregistrés pendant l'expérience et les mesures de polarisations en ligne est données dans la figure 7.2.

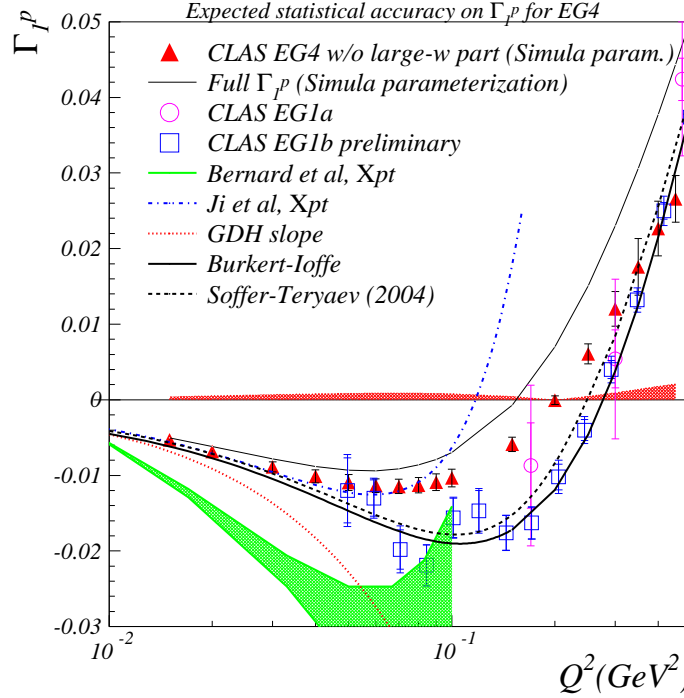


Figure 7.2: Précision attendue sur le moment  $\Gamma_1^p$  pour l'expérience EG4 du hall B. Les autres données du hall B (expérience EG1), les calculs en perturbations chirales (*Xpt*) et les modèles (Burkert-Ioffe et Soffer-Teryaev) sont présentés dans la figure 5.10

## 7.4 Mesures sur le proton à grand $Q^2$ (hall C)

L'expérience SANE<sup>3</sup> dans le hall C a pour objectif de mesurer les asymétries  $A_1$  et  $A_2$  sur le proton avec une haute précision. Elle couvrira un grand domaine en  $x$  ( $0.3 < x < 0.8$ ) pour les  $Q^2$  de 2.5 à 6.5  $\text{GeV}^2$ . La valeur de  $x$  maximale atteinte pour  $W > 2 \text{ GeV}$  est  $x = 0.65$ . Une cible de  $\text{NH}_3$  polarisée longitudinalement ou transversalement et un nouvel ensemble de détecteurs seront utilisés. Celui-ci sera positionné à un angle moyen de  $40^\circ$ . Il consistera en un compteur Čerenkov, des hodoscopes et un calorimètre à verre au plomb. Il ne possédera pas d'optique magnétique. Ce choix permet une très grande acceptance angulaire:  $\Delta\Omega \simeq 0.2 \text{ Sr}$ , mais l'ensemble de détecteurs ne possédera pas les qualités d'un spectromètre pour rejeter les bruits de fond. En conséquence, le spectromètre standard du hall C (le HMS, voir section 4.2.4) sera utilisé pour mesurer les bruits de fond entre  $35$  et  $45^\circ$ . L'expérience devrait se

<sup>3</sup>Spin Asymmetry on the Nucleon Experiment, E07-003.

dérouler dans la seconde moitié de 2008. Les portes-parole de l'expérience sont Seonho Choi, Z-E Meziani et O Rondon.

La précision sur  $A_1^p$  attendue est présentée sur la figure 7.3. Ces données pourront être utilisées de la même façon que celles du hall B (extractions de la fonction de structure  $g_1^p$ , de son moment  $\Gamma_1^p$ , des termes de twists supérieurs, ...). Les données sur cible transverse seront uniques<sup>4</sup>. Elles permettront d'extraire  $A_2^p$ , de former l'intégrale généralisée de Gerasimov-Drell-Hearn, d'étudier  $\Gamma_2^p$  et le moment supérieur  $d_2(Q^2)$  dans un domaine où le terme de twist 3 doit dominer et d'étudier  $g_2 - g_2^{ww}$  en fonction de  $Q^2$  dans le domaine des résonances et surtout pour  $W > 2$  GeV. Finalement, l'expérience permettra une étude précise de la dualité sur les fonctions de structure en spin.

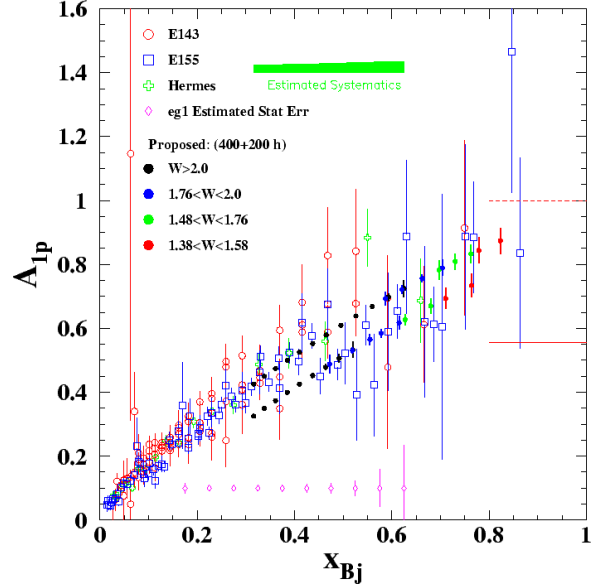


Figure 7.3: Précision attendue sur  $A_1^p$  pour l'expérience du hall C pour différents intervalles en  $W$ .

## 7.5 Résultats après l'augmentation d'énergie à 12 GeV

L'augmentation d'énergie permet de continuer les études discutées dans ce document avec une meilleur couverture de la région du DIS. Elle permet en particulier d'atteindre des valeurs de  $x$  plus élevées. Une mesure précise de  $A_1$  dans cette région a été un des premiers arguments avancés en faveur d'une augmentation d'énergie de JLab. Une telle mesure permettra l'extraction des polarisations des quarks  $\Delta u/u$  et  $\Delta d/d$  jusqu'à  $x \simeq 0.8$  pour  $W > 2$  GeV et de préciser l'analyse sur le moment angulaire orbital des quarks discutée dans la section 5.1.6. A ce jour, trois propositions d'expériences inclusives sur la structure en spin du nucléon ont été acceptées par le comité du conseil scientifique de JLab:

- Mesure de la structure en spin longitudinale du proton (expérience E12-06-109). Cette expérience aura lieu dans le hall B et utilisera une cible de  $\text{NH}_3$  polarisée. Les portes-parole sont S Kuhn, D Crabb, A Deur, T Forest, K Griffioen, M Holtrop et Y Prok.

- Mesure de l'asymétrie  $A_1^n$  à grand  $x$  dans le hall C (expérience E12-06-110). Une cible d' $^3\text{He}$  polarisée sera utilisée. Les portes-parole de l'expérience sont X Zheng, G Cates, J-P Chen et Z-E Meziani.

- Mesure de l'asymétrie  $A_1^n$  à grand  $x$  dans le hall A avec une cible d' $^3\text{He}$  polarisée (expérience E12-06-122). Les portes-parole de l'expérience sont B Wojtsekhowski, G Cates, N Liyanage, Z-E Meziani, G Rosner et X Zheng.

Les résultats attendus sur  $\Delta u/u$  et  $\Delta d/d$  sont présentés sur la figure 7.4 (CLAS12 désigne

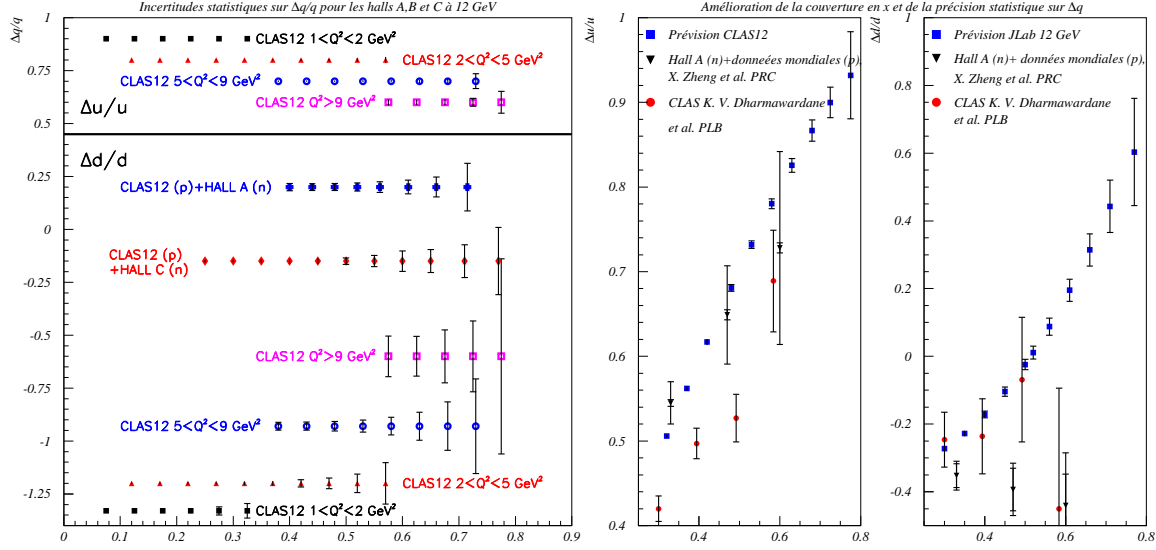


Figure 7.4: Précision attendue sur  $\Delta u/u$  et  $\Delta d/d$  (à gauche). À droite précision attendue quand les meilleurs points de la figure de gauche sont combinés. Les données mondiales disponibles à ce jour sont présentées pour comparaison.

le nouveau détecteur qui sera construit dans le hall B).

Dans le hall B, le futur détecteur CLAS12 couvrira de grands angles solides. Il sera donc adapté à la mesure de moments de fonctions de structure. L'augmentation d'énergie permettra de mesurer ces moments à plus grands  $Q^2$  et, pour les valeurs de  $Q^2$  déjà couvertes par JLab à 6 GeV, de minimiser l'incertitude sur l'extrapolation à grand  $W$ . Les mesures de  $\Gamma_1^P$  intégrées jusqu'au  $W$  maximum sont présentées sur la figure 7.5 pour l'expérience EG1 et avec le détecteur CLAS12. Une estimation de l'intégrale totale est donnée par le modèle de Burkert-Ioffe. Pour  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ , l'augmentation d'énergie permet une mesure beaucoup plus complète de l'intégrale. Les mesures pourront être étendues jusqu'à environs  $Q^2 = 6 \text{ GeV}^2$  avant que la contribution de l'extrapolation à grand  $W$  devienne supérieur à la partie mesurée. Les résultats anticipés sur  $\Gamma_1^p$  et  $\Gamma_1^d$  sont présentes sur la figure

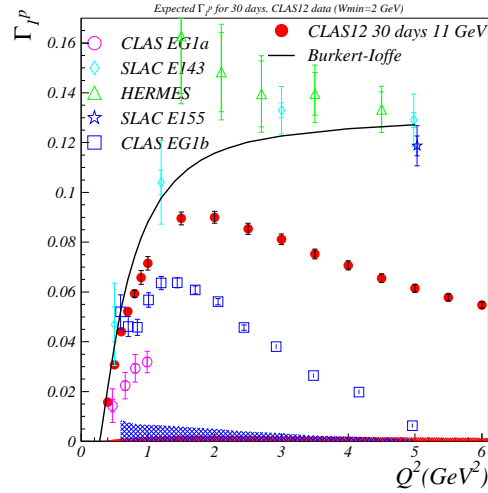


Figure 7.5: Contributions mesurées sur  $\Gamma_1^P$  pour JLab à 6 GeV (EG1) et à 12 GeV (CLAS12). L'intégrale complète est donnée par la ligne noire (modèle de Burkert-Ioffe). La précision anticipée après 30 jours d'expérience peut être comparée à celle des données mondiales.

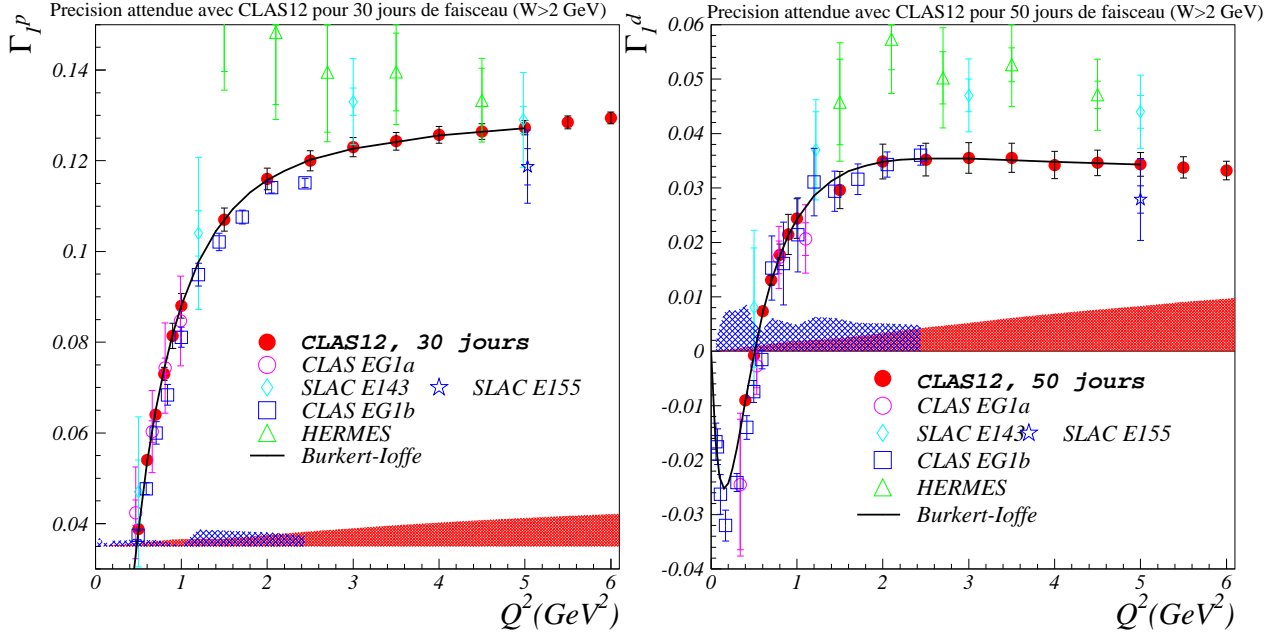


Figure 7.6: Les résultats anticipés sur  $\Gamma_1^P$  et  $\Gamma_1^d$  avec le futur détecteur CLAS12 du hall B. Ils peuvent être comparés aux données mondiales (EG1a, SLAC et HERMES).

## 7.6

Les données prises avec le détecteur CLAS12 permettront de contraindre sévèrement les distributions de partons polarisées, voir figure 7.7, tout comme nous l'avons vu pour EG1 dans la section 5.2.2. On remarque l'impact important sur les distribution polarisées de gluons  $\Delta G$ . La précision sur les autres distributions sera améliorée d'un facteur 2 par rapport aux précisions actuelles, mis à part pour les distribution polarisées des quarks étranges  $\Delta s$  que les données inclusives contraignent moins.

Ces données permettront d'améliorer nos connaissances des corrélations entre partons (termes de twists supérieurs). Par exemple, la précision sur le terme de twist 4  $f_2$  est limitée en partie par la précision des données du SLAC, d'HERMES et du CERN à grand  $Q^2$ . La précision attendue pour la somme de Bjorken  $\Gamma_1^{p-n}$  est présentée sur la figure 7.8 et peut être comparées aux données actuelles.

Pour conclure cette échantillon de résultats futures, et en connexion avec le chapitre précédent, nous présentons sur la figure 7.9 la précision attendue sur la constante de couplage forte  $\alpha_s(M_{Z_0}^2)$  d'après l'estimation de M Osipenko [143], comparée aux extractions actuelles rapportées dans la *Review of Particle Physics* [176]. Cette prévision est basée sur les mesures de moments de fonctions de structure non polarisées avec le futur détecteur CLAS12 du hall B. Les mesures de moments de fonctions de structure polarisées fourniront un résultat

<sup>4</sup>Mis à part le point de RSS mesuré à  $Q^2 = 1.3$  GeV<sup>2</sup> mais limité à  $W < 2$  GeV.



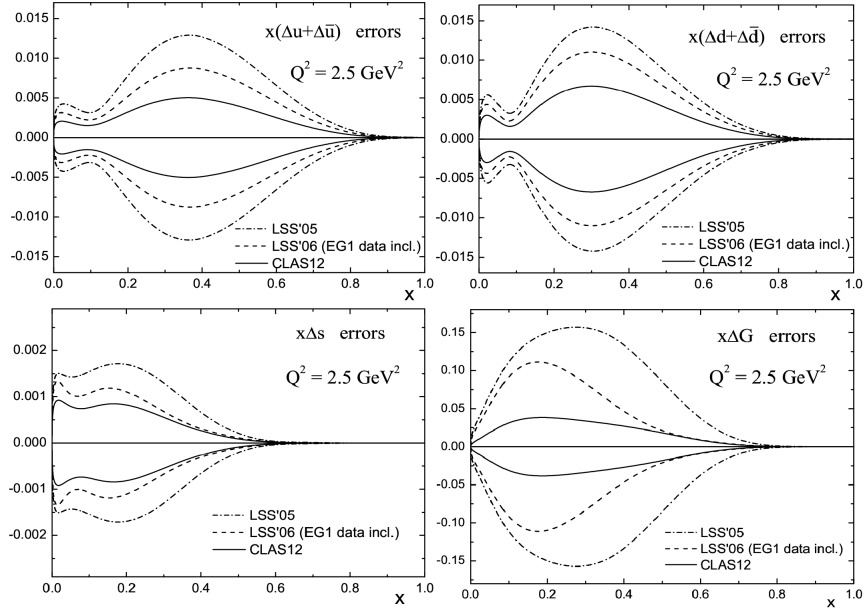


Figure 7.7: Contraintes sur les distributions de partons polarisées avec CLAS12.

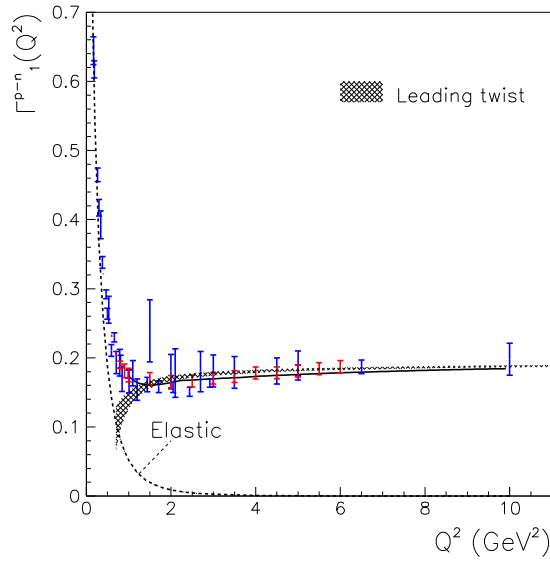


Figure 7.8: Précision attendue sur la somme de Bjorken  $\Gamma_1^{p-n}$  avec CLAS12 (points rouges) comparée aux données actuelles (points bleus). La bande grise indique la contribution de twist 2. La ligne discontinue représente la contribution élastique. La ligne continue est une fonction ajustée sur les données mondiales actuelles.

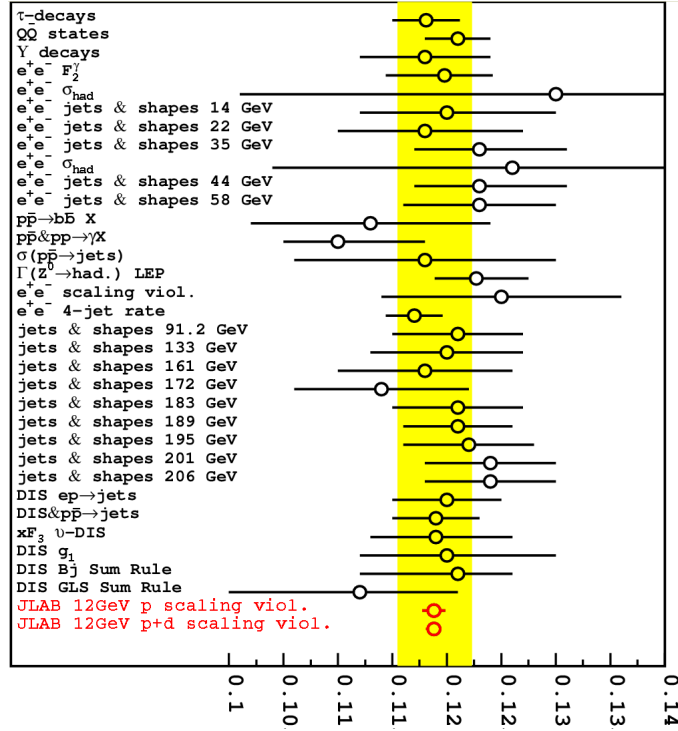


Figure 7.9: Précision attendue sur  $\alpha_s(M_Z^2)$  extrait de  $\int F_2 dx$  mesuré avec CLAS12, comparée aux extractions actuelles.

moins précis mais compétitif avec les meilleures données actuelles. La constante de couplage effective  $\alpha_{s,g_1}$  pourra être extraite avec une précision systématique accrue dans le domaine des  $Q^2$  intermédiaires.

## 7.6 Conclusion

Les données des halls A et B (EG1) fourniront à bref échéance des mesures de la plus haute précision dans le domaine des  $Q^2$  petits et intermédiaires. A plus long terme, l'expérience du Hall C (SANE) fournira des données sur le proton de très haute précision et, en particulier, des données transverses très attendues pour l'étude de  $d_2^p$ ,  $\Gamma_2^p$  et  $g_2^p$ . Une extension naturelle de ce programme aura lieu au cours de la prochaine décennie grâce à l'augmentation de l'énergie de JLab à 12 GeV. **On peut espérer que la compréhension de la structure en spin du nucléon soit alors pratiquement complète grâce aux expériences inclusives d'une part, mais également grâce aux expériences exclusives. Celles-ci devraient contraindre notre connaissance des distributions de partons généralisées. Ces distributions sont nécessaires à l'extraction du moment angulaire orbital des quarks  $L_q$ . La mesure des distributions de partons généralisées est un des thèmes de plus haute priorité dans le programme à 12 GeV.**

Le seul sujet qui restera méconnue sera le rôle du domaine à très petit  $x$  sur la structure en spin du nucléon. Ce domaine sera le sujet de recherche du collisionneur électrons polarisés/protons polarisés. La construction d'une telle machine est actuellement discutée. Elle devait être construite soit sur le site de JLab, soit sur celui de RHIC à Brookhaven. Elle fournira la prochaine génération de données sur la structure en spin du nucléon.

Effet du moment angulaire orbital  
sur les distributions d'hélicités  
des quarks de valences

# Effect of Orbital Angular Momentum on Valence-Quark Helicity Distributions

Harut Avakian,<sup>1</sup> Stanley J. Brodsky,<sup>2</sup> Alexandre Deur,<sup>1</sup> and Feng Yuan<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, Virginia 23606, USA

<sup>2</sup>Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California 94309, USA

<sup>3</sup>RIKEN/BNL Research Center, Building 510A, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973, USA

(Received 25 May 2007; published 20 August 2007)

We study the quark helicity distributions at large  $x$  in perturbative QCD, taking into account contributions from the valence Fock states of the nucleon which have nonzero orbital angular momentum. We find that the quark orbital angular momentum contributes a large logarithm to the negative helicity quark distributions in addition to its power behavior, scaling as  $(1-x)^5 \log^2(1-x)$  in the limit of  $x \rightarrow 1$ . Our analysis shows that the ratio of the polarized over unpolarized down quark distributions,  $\Delta d/d$ , will still approach 1 in this limit. By comparing with the experimental data, we find that this ratio should cross zero at  $x \approx 0.75$ .

DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.082001

PACS numbers: 12.38.Bx, 12.39.St, 13.85.Qk

**Introduction.**—Power-counting rules for the large- $x$  parton distributions in hadrons were derived more than three decades ago based on perturbative quantum chromodynamics (pQCD) combined with an  $S$ -wave quark model of hadrons [1–4]. The basic argument is that when the valence quark carries nearly all of the longitudinal momentum of the hadron, the relevant QCD configurations in the hadronic wave function become far off-shell and can be treated in pQCD. A generic factorization procedure has recently been used to justify the power-counting rule by relating the parton distributions at large- $x$  to the quark distribution amplitudes of hadrons [5]. The power-counting rule has also been generalized to sea quarks, gluons, helicity-dependent distributions [6,7], and generalized parton distributions [8].

The pQCD diagrams associated with the leading Fock state of the proton wave function predict that the positive helicity (quark spin aligned with the proton spin) quark distribution  $q^+(x)$  scales as  $(1-x)^3$ , ( $x$  is the longitudinal momentum fraction of the nucleon carried by the struck quark and is identical to the Bjorken  $x_B$  in the leading twist approximation), whereas the negative helicity (quark spin antialigned with the proton spin) quark distribution  $q^-(x)$  is suppressed by  $(1-x)^2$  relative to the positive helicity one, scaling as  $(1-x)^5$  at large  $x$  [3]. The direct consequence of these power laws for the quark distributions is that the ratio of polarized quark distribution  $\Delta q(x) = q^+(x) - q^-(x)$  over the unpolarized quark distribution  $q(x) = q^+(x) + q^-(x)$  approaches 1 in the limit  $x \rightarrow 1$ ; i.e., at large  $x$ ,  $q^+$  dominates over  $q^-$ . When this prediction is compared to the experimental data [9–12], it is interesting to observe that, for the up quark the ratio increases with  $x$ , and seems to approach 1 at large  $x$ . However, the ratio for the down quark is still far below 1, and remains negative for a wide range of  $x \leq 0.6$  [9]. This discrepancy has stimulated much theoretical interest.

In this Letter we will reexamine the large- $x$  quark helicity distributions in the perturbative QCD framework [3,4]. We work in light-cone gauge, where there is no ghost

contributions, and orbital angular momentum is physical [13]. We will take into account the contributions from not only the leading light-cone Fock state expansion of the nucleon wave function with zero quark orbital angular momentum ( $L_z = 0$ ), but also the valence Fock states with nonzero quark orbital angular momentum ( $L_z \neq 0$ ). These contributions are naturally required to obtain a non-zero anomalous magnetic moment for nucleons [14] and are also present in the wave function solutions in the AdS/CFT correspondence approach [15]. We find that for the negative helicity distribution  $q^-$ , there exist large logarithmic enhancements from the  $|L_z| = 1$  Fock states. With this large logarithmic modification, we can explain the discrepancy between the power-counting rule and experimental data.

**Analysis of the large- $x$  behavior of the quark helicity distributions.**—In the  $x \rightarrow 1$  regime we can use perturbative QCD to analyze the parton distributions, and the contributions depend on the number of spectator partons in the Fock state wave function of the hadron. For example, the valence-quark distribution of the nucleon is dominated by the three-quark Fock states, which consists of zero orbital angular momentum ( $L_z = 0$ ) and nonzero orbital angular momentum ( $L_z \neq 0$ ) components [16]. In the following discussion, we will consider the contributions from both components.

In the original power-counting analysis of the quark helicity distributions [6], only the contributions from the leading Fock state with  $L_z = 0$  were taken into account. In Figs. 1(a) and 1(b) we show the typical diagrams which contribute to the positive (a) and negative (b) helicity distributions at large  $x$ . In terms of the leading order quark distribution amplitude which corresponds to the  $L_z = 0$  Fock state expansion of the proton wave function [4], these quark helicity distributions can be written as

$$q(x)|_{x \rightarrow 1} = \int [dy_i][dy'_i] \Phi(y_i) \Phi'(y'_i) \mathcal{H}(y_i, y'_i; (1-x)), \quad (1)$$

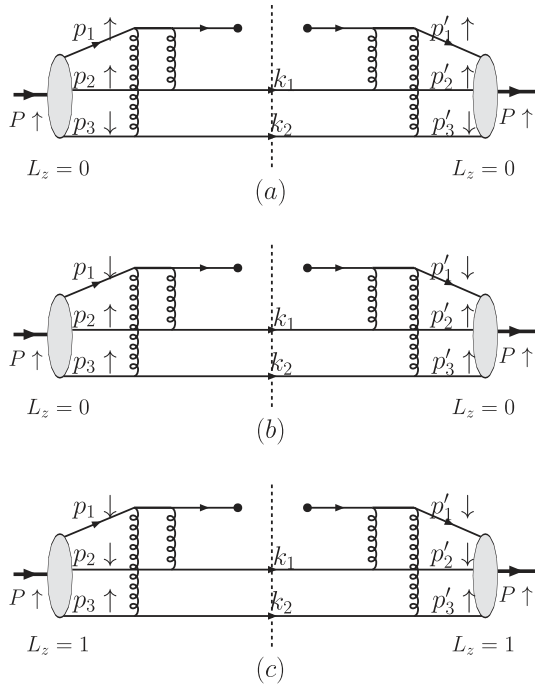


FIG. 1. Examples of Feynman diagrams which contribute to the  $q^\pm$  quark distributions at large  $x$ : (a) for  $q^+$  with power contribution of  $(1-x)^3$ ; (b) for  $q^-$  with  $(1-x)^5$ ; (c) for  $q^-$  with  $(1-x)^5 \log^2(1-x)$ . The wave functions at the left and right sides of the cut line in (a) and (b) represent the leading Fock state expansion with zero quark orbital angular momentum, whereas those for (c) represent the valence Fock state with one-unit of quark orbital angular momentum.

where the integration measure  $[dy_i]$  is defined as  $[dy_i] = dy_1 dy_2 dy_3 \delta(1 - y_1 - y_2 - y_3)$ , and the  $y_i$  are the light-cone momentum fractions of the proton carried by the quarks in the light-front wave functions, i.e.,  $p_i = y_i P$  and  $p'_i = y'_i P$  in Fig. 1. Here,  $\Phi$  and  $\Phi'$  represent the quark distribution amplitudes of the proton at the left and right sides of the cut line, respectively.  $\mathcal{H}$  represents the hard part of the amplitude which depends on  $y_i$  and  $y'_i$ , and  $(1-x)$  as well.

The large- $x$  behavior of the hard factor  $\mathcal{H}$  can be evaluated from the partonic scattering amplitudes as shown by the Feynman diagrams in Fig. 1. The wave functions corresponding to Figs. 1(a) and 1(b) have zero quark orbital angular momentum, and thus the total quark spin will be equal to the proton spin. If the struck quark spin is the same as the proton spin (for the positive helicity distribution  $q^+$ ), the two spectator quarks will be in the spin-0 configuration, whereas for the negative helicity distribution  $q^-$  with the quark spin opposite to the proton spin, the two spectator quarks will be in the spin-1 configuration. It has been known for a long time that the hard partonic part  $\mathcal{H}$  with a spin-1 configuration for the two spectators will be suppressed by  $(1-x)^2$  relative to that with spin-0 configuration [3,7,17]. That is also the reason why the negative helicity distribution is suppressed by

$(1-x)^2$  relative to the positive helicity distribution from this contribution.

The far-off-shell propagators in the partonic Feynman diagrams are the dominant contributions to the power-counting of  $(1-x)$  at large  $x$ . One of the gluon propagators in Fig. 1 behaves as

$$\frac{1}{(p_3 - k_2)^2} = \frac{1}{2p_3 \cdot k_2} \approx -\frac{1}{\langle k_{1\perp}^2 \rangle} \frac{1-x}{y_3} \quad (2)$$

at large  $x$ . In the above expression, we have omitted all higher order terms suppressed by  $(1-x)$ . Here,  $\langle k_{1\perp}^2 \rangle \sim \langle k_{2\perp}^2 \rangle$ , represents a typical transverse momentum scale for the spectator system. Each propagator will provide a suppression factor of  $(1-x)$ . Counting the hard propagators in Fig. 1(a), we find the total suppression factor is

$$\sim \frac{(1-x)^8}{y_2 y_3 (1-y_2) y'_2 y'_3 (1-y'_2)}. \quad (3)$$

We notice that the above expression does not introduce additional dependence on  $(1-x)$  upon integration over  $y_i$  and  $y'_i$ , assuming that the leading twist distribution amplitudes  $\Phi$  and  $\Phi'$  are proportional to  $y_1 y_2 y_3$  and  $y'_1 y'_2 y'_3$  [4], respectively. Combining these results with the power behavior for the other parts of the partonic scattering amplitudes and the phase space integral, we find the positive helicity distribution  $q^+$  scales as  $(1-x)^3$ , whereas the negative helicity distribution  $q^-$  scales as  $(1-x)^5$  [3,4,6,7].

In the above analysis, we only considered the contributions from the leading Fock state of the proton with zero quark orbital angular momentum. In general, the contributions from the higher Fock states and the valence Fock states with nonzero quark orbital angular momentum will introduce additional suppression in  $(1-x)$  [4,7]. However, the nonzero-quark-orbital-angular-momentum Fock state can provide large logarithmic enhancement to the helicity-flip amplitudes. For example, it was found that the quark orbital angular momentum contributes a large logarithmic term to the nucleon's helicity-flip Pauli form factor  $F_2(Q^2)$ , which leads to the scaling behavior  $F_2(Q^2) \sim \log^2(Q^2/\Lambda^2)/Q^6$  at  $Q^2 \rightarrow \infty$  [18,19]. This is consistent with recent experimental data from JLab [20]. In the following, we will study the quark orbital angular momentum contribution to the  $q^-$  quark distribution which is also associated with the helicity-flip amplitude. The corresponding contributions to the positive helicity distribution are always power suppressed [7].

In Fig. 1(c), we show an example of a contribution from the  $L_z = 1$  Fock state of the proton. Because the quark orbital angular momentum contributes one unit of the proton spin, we will have difference between the total quark spin and the proton spin. If the two spectator quarks are in the spin-0 configuration, this will enhance the power-counting in the hard factor  $\mathcal{H}$ . On the other hand, in order to get a nonzero contribution, we have to perform the intrinsic transverse momentum expansion for the hard

partonic scattering amplitudes [19], which will introduce an additional suppression factor in  $(1-x)$  [7]. For example, one of the contributions from the diagram shown in Fig. 1(c) to the negative helicity distribution will be proportional to

$$q^-(x) \propto \int (p_1^x + ip_1^y)(p_1^x - ip_1^y) \tilde{\psi}^{(3)}(y_i, p_{i\perp}) \tilde{\psi}^{(3)}(y'_i, p'_{i\perp}) \times T_H(y_i, p_{i\perp}; y'_i, p'_{i\perp}), \quad (4)$$

where  $\tilde{\psi}^{(3)}$  is a light-front wave function amplitude for the  $L_z = 1$  Fock state of the proton [16]. The intrinsic transverse momentum expansion is essential to get the nonzero contributions. Otherwise, the integral over the transverse momenta  $p_{i\perp}$  and  $p'_{i\perp}$  will vanish because of the explicit factors  $p_1^x + ip_1^y$  and  $p_1^x - ip_1^y$  in the above equation. One intrinsic transverse momentum expansion comes from the propagator we mentioned above,

$$\frac{1}{(p_3 - k_2)^2} = \frac{1}{(y_3 P - k_2 + p_{3\perp})^2} \approx \frac{\beta(1-x)}{y_3 k_{2\perp}^2} \left( 1 - \frac{\beta(1-x)}{y_3 k_{2\perp}^2} 2p_{3\perp} \cdot k_{2\perp} \right), \quad (5)$$

where  $\beta$  is the longitudinal momentum fraction of the spectator carried by  $k_2$ , and we have kept the linear dependence on  $p_{3\perp}$  in the above expansion. Only this linear term will contribute when integrating over  $p_{i\perp}$ :  $\int k_{2\perp} \cdot p_{3\perp} (p_1^x + ip_1^y) \tilde{\psi}^{(3)} \propto (k_2^x + ik_2^y) y_3 \Phi_4(y_1, y_2, y_3)$ , where  $\Phi_4$  is one of the twist-4 quark distribution amplitudes of the proton [19,21]. From the above expansion, we find that this term will introduce additional factor of  $(1-x)/y_3$  in the hard factor. Similarly, because of the  $p_1^x - ip_1^y$  factor in Eq. (4), we have to do the expansion in intrinsic transverse momentum associated with the wave function at the right side of the cut line, and again the expansion of the gluon propagator with momentum of  $p_3 - k_2$  will introduce another suppression factor of  $(1-x)/y'_3$  in the hard factor. Thus the total suppression factor from the above two expansions will be  $(1-x)^2/y_3 y'_3$ , which gives the same power-counting contribution to  $q^-$  as that from the leading Fock state with  $L_z = 0$  in the above.

We thus find the contributions from  $L_z = 1$  Fock state of the proton do not change the power counting for the  $q^-$  quark distribution at large  $x$ . However, the additional factor  $1/y_3 y'_3$  from the intrinsic transverse momentum expansions will lead to a large logarithm when integrating over  $y_i$  and  $y'_i$ . This is because, combining the above two factors with all other factors from the propagators shown in Eq. (3), the total dependence on  $y_i$  and  $y'_i$  for the hard factor will be

$$\sim \frac{1}{y_2 y_3^2 (1-y_2) y'_2 y_3'^2 (1-y'_2)}, \quad (6)$$

where we have  $y_3^2$  and  $y_3'^2$  in the denominator. On the other hand, we expect the twist-4 quark distribution amplitude to have the following behavior at the end point region:

$y_3 \Phi_4(y_1, y_2, y_3) \propto y_1 y_2 y_3$  and  $y'_3 \Phi_4(y'_1, y'_2, y'_3) \propto y'_1 y'_2 y'_3$  [21]. Thus we will have logarithmic divergences for the integrations over  $y_3$  and  $y'_3$ , for which we can regularize in terms of  $\log(1-x)$  as indicated in the above propagator expansion. This will lead to a double logarithmic contribution  $\log^2(1-x)$  in addition to the power term  $(1-x)^5$  to the  $q^-$  quark distribution at large  $x$ .

Similarly, the contributions from higher orbital angular momentum Fock states can be analyzed following the above method. However, these contributions are more suppressed in the limit of  $x \rightarrow 1$ . For example, the  $L_z = 2$  Fock state contributes to  $q^-$  distribution as  $(1-x)^9 \ln^4(1-x)$ , which is  $(1-x)^4 \ln^2(1-x)$  suppressed relative to the above  $L_z = 1$  contribution.

In summary, for the negative helicity distribution  $q^-$ , the leading Fock state with zero quark orbital angular momentum  $L_z = 0$  contributes to a power term  $(1-x)^5$ , whereas the valence Fock state with  $|L_z| = 1$  contributes to a double logarithmic enhanced term  $(1-x)^5 \log^2(1-x)$ . So, in the limit  $x \rightarrow 1$ , the  $q^-$  distribution will be dominated by the contributions from  $L_z = 1$  Fock state of the proton, scaling as  $(1-x)^5 \log^2(1-x)$ . In the intermediate  $x$  range, the subleading terms can also be important. For example in Ref. [6], the quark helicity distributions were parameterized by the leading and subleading power terms and fit to the experimental data. This was later updated to account for the latest data in Ref. [22]. Thus, as a first step towards a comprehensive phenomenology, we follow the parameterizations for  $q^+$  and  $q^-$  in Ref. [6] by adding the newly discovered double logarithms enhanced contributions,

$$\begin{aligned} u^+(x) &= \frac{1}{x^\alpha} [A_u(1-x)^3 + B_u(1-x)^4], \\ d^+(x) &= \frac{1}{x^\alpha} [A_d(1-x)^3 + B_d(1-x)^4], \\ u^-(x) &= \frac{1}{x^\alpha} [C_u(1-x)^5 + C'_u(1-x)^5 \log^2(1-x) \\ &\quad + D_u(1-x)^6], \\ d^-(x) &= \frac{1}{x^\alpha} [C_d(1-x)^5 + C'_d(1-x)^5 \log^2(1-x) \\ &\quad + D_d(1-x)^6], \end{aligned} \quad (7)$$

where the additional two parameters  $C'_u$  and  $C'_d$  come from the logarithmic modifications to the  $q^-$  quark distribution at large  $x$ , and all other parameters refer to [6]. In the following, we will fit to the current experimental data at large  $x$  region with the above parameterizations for the valence up and down quarks.

*Phenomenological applications.*—In order to demonstrate the importance of the new scaling behavior for the negative helicity distributions for the valence up and down quarks, we analyze the latest experimental data from SLAC, HERMES, and Jefferson Lab, including Hall A and Hall B data [9–12]. We will keep the original fit values for other parameters [22] except the two new parameters:



$C'_u$  and  $C'_d$ . We only use the experimental data in the large- $x$  region, i.e.,  $x > 0.3$ , where the sea contribution is not significant. We perform our fit at a fixed  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ , and all the experimental data are evolved to this scale by using the GRSV parameterization [23] for the polarized and unpolarized quark distributions. The evolution introduces some theoretical uncertainties.

From our fit, we find the following values for  $C'_u$  and  $C'_d$ ,

$$C'_u = 0.493 \pm 0.249, \quad C'_d = 1.592 \pm 0.378. \quad (8)$$

The minimum of the functional  $\chi^2$  is achieved at  $\chi^2 = 11.4$  and  $\chi^2/\text{DOF} = 1.14$ . We further notice that the additional two terms in Eq. (7) do not change significantly the sum rules for the up and down quarks, such as the Bjorken and momentum sum rule, which are essential for constraining the parameters in Refs. [6,22].

In Fig. 2, we show the above fit. We plot the ratios of the polarized quark distributions  $\Delta q$  over the unpolarized quark distributions  $q$  as functions of  $x$  for both up and down quarks, compared with the experimental data. From these comparisons, we find that the ratio for the up quark  $\Delta u/u$  can still be described by the parameterization based on the original power-counting rule for  $u^+$  and  $u^-$  [22]. However, for the down quark we have to take into account a large contribution from the newly discovered term for the negative helicity distribution  $d^-$ ; the difference between our result and the original parameterization [22] becomes significant at large  $x$ . The analysis of the anomalous magnetic moment and generalized parton distributions of nucleons also indicates significant contributions from the orbital angular momenta of up and down quarks [24]. This is in qualitative agreement with our fitting results, taking into account the large error bar for  $C'_u$ . A precision determination of these contributions shall be obtained by further development for a consistent set of parameters for

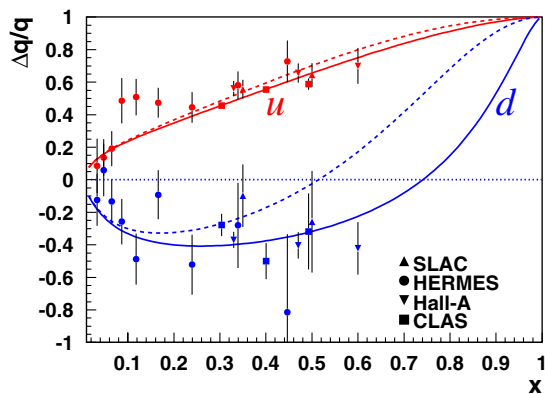


FIG. 2 (color online). Comparison of the quark helicity distributions Eq. (7) with the experimental data, plotted as functions of  $x$  for up (the upper curves) and down (the lower curves) quarks. The circles are for HERMES data [11], the triangles up for SLAC [12], the triangles down for JLab Hall A data [9], the filled squares for CLAS [10]. The dashed curves are the predictions from [22], and the solid ones are our fit results (only the large- $x$  ( $> 0.3$ ) experimental data were used in the fit).

Eq. (7) from next-to-leading-order QCD analysis of both polarized and unpolarized data over the full range in  $x$  [22].

Another important prediction of our fit is that the ratio of  $\Delta d/d$  will approach 1 at extremely large  $x$ , and it will cross zero at  $x \approx 0.75$ . It will be interesting to check this prediction in future experiments, such as the 12 GeV upgrade of Jefferson Lab [25].

We thank N. Akopov, P. Bosted, J.P. Chen, V. Dharmawardane, Z.-E. Meziani, and Xiaochao Zheng for useful conversations on the experimental data and many related discussions. We also thank X. Ji and W. Vogelsang for their comments. This work was supported in part by the Department of Energy, Contract No. DE-AC02-76SF00515, and by the Jefferson Science Associates (JSA). JSA operates the Thomas Jefferson National Accelerator Facility for the U.S. DOE under Contract No. DE-AC05-06OR23177. F.Y. is grateful to RIKEN, Brookhaven National Laboratory, and the U.S. DOE (Contract No. DE-AC02-98CH10886) for providing the facilities essential for the completion of this contribution.

- 
- [1] J.F. Gunion, Phys. Rev. D **10**, 242 (1974).
  - [2] R. Blankenbecler and S.J. Brodsky, Phys. Rev. D **10**, 2973 (1974).
  - [3] G.R. Farrar and D.R. Jackson, Phys. Rev. Lett. **35**, 1416 (1975).
  - [4] G.P. Lepage and S.J. Brodsky, Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).
  - [5] X. Ji *et al.*, Phys. Lett. B **610**, 247 (2005).
  - [6] S.J. Brodsky *et al.*, Nucl. Phys. **B441**, 197 (1995).
  - [7] S.J. Brodsky and F. Yuan, Phys. Rev. D **74**, 094018 (2006).
  - [8] F. Yuan, Phys. Rev. D **69**, 051501 (2004).
  - [9] X. Zheng *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 012004 (2004); Phys. Rev. C **70**, 065207 (2004).
  - [10] K.V. Dharmawardane *et al.*, Phys. Lett. B **641**, 11 (2006).
  - [11] A. Airapetian *et al.*, Phys. Rev. D **71**, 012003 (2005).
  - [12] K. Abe *et al.*, Phys. Lett. B **405**, 180 (1997).
  - [13] S.J. Brodsky *et al.*, Phys. Rep. **301**, 299 (1998).
  - [14] S.J. Brodsky and S.D. Drell, Phys. Rev. D **22**, 2236 (1980).
  - [15] S.J. Brodsky and G.F. de Teramond, Phys. Rev. Lett. **96**, 201601 (2006).
  - [16] X. Ji *et al.*, Nucl. Phys. **B652**, 383 (2003).
  - [17] J.F. Gunion *et al.*, Phys. Rev. D **29**, 2491 (1984).
  - [18] X. Ji *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 241601 (2003).
  - [19] A.V. Belitsky *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 092003 (2003).
  - [20] O. Gayou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 092301 (2002).
  - [21] V. Braun *et al.*, Nucl. Phys. **B589**, 381 (2000).
  - [22] E. Leader *et al.*, Int. J. Mod. Phys. A **13**, 5573 (1998).
  - [23] M. Gluck *et al.*, Phys. Rev. D **63**, 094005 (2001).
  - [24] M. Burkardt and G. Schnell, Phys. Rev. D **74**, 013002 (2006).
  - [25] B. Wojtsekhowski *et al.* Jefferson Lab Hall A, JLab Proposal Report No. E12-06-122, 2006; Hall B, S. Kuhn *et al.*, JLab Report No. E12-06-109, 2006; Hall C, Xiaochao Zheng *et al.*, JLab Report No. E12-06-110, 2006.



Détermination expérimentale de  
l'évolution de l'intégrale de  
Bjorken aux faibles  $Q^2$

## Experimental Determination of the Evolution of the Bjorken Integral at Low $Q^2$

A. Deur,<sup>1</sup> P. Bosted,<sup>1,2</sup> V. Burkert,<sup>1</sup> G. Cates,<sup>3</sup> J.-P. Chen,<sup>1</sup> Seonho Choi,<sup>4</sup> D. Crabb,<sup>3</sup> C.W. de Jager,<sup>1</sup> R. De Vita,<sup>5</sup> G. E. Dodge,<sup>6</sup> R. Fatemi,<sup>3</sup> T. A. Forest,<sup>7</sup> F. Garibaldi,<sup>8</sup> R. Gilman,<sup>1,9</sup> E. W. Hughes,<sup>10</sup> X. Jiang,<sup>9</sup> W. Korsch,<sup>11</sup> S. E. Kuhn,<sup>6</sup> W. Melnitchouk,<sup>1</sup> Z.-E. Meziani,<sup>4</sup> R. Minehart,<sup>3</sup> A.V. Skabelin,<sup>12</sup> K. Slifer,<sup>3,4</sup> M. Taiuti,<sup>5</sup> and J. Yun<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, Virginia 23606, USA

<sup>2</sup>University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts 01002, USA

<sup>3</sup>University of Virginia, Charlottesville, Virginia 22904, USA

<sup>4</sup>Temple University, Philadelphia, Pennsylvania 19122, USA

<sup>5</sup>INFN, Sezione di Genova, 16146 Genova, Italy

<sup>6</sup>Old Dominion University, Norfolk, Virginia 23529, USA

<sup>7</sup>Louisiana Tech University, Ruston, Louisiana 71272, USA

<sup>8</sup>ISS/INFN Roma1, gr. coll. Sanita; Viale Regina Elena 299, 00161 Rome, Italy

<sup>9</sup>Rutgers University, Piscataway, New Jersey 08854, USA

<sup>10</sup>California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA

<sup>11</sup>University of Kentucky, Lexington, Kentucky 40506, USA

<sup>12</sup>Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, USA

(Received 1 July 2004; published 15 November 2004)

We extract the Bjorken integral  $\Gamma_1^{p,n}$  in the range  $0.17 < Q^2 < 1.10$  GeV<sup>2</sup> from inclusive scattering of polarized electrons by polarized protons, deuterons, and <sup>3</sup>He, for the region in which the integral is dominated by nucleon resonances. These data bridge the domains of the hadronic and partonic descriptions of the nucleon. In combination with earlier measurements at higher  $Q^2$ , we extract the nonsinglet twist-4 matrix element  $f_2$ .

DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.212001

PACS numbers: 13.60.Hb, 11.55.Hx, 12.38.Qk, 25.30.Rw

For almost 50 years experimental and theoretical research efforts in hadronic physics have sought to understand the structure of the nucleon. With the development of quantum chromodynamics (QCD), these studies have focused on obtaining an accurate description of nucleon structure in terms of fundamental quark and gluon degrees of freedom. A powerful tool has been deep inelastic lepton scattering from nucleons and nuclei, and the associated theoretical machinery of the operator product expansion (OPE), which allows the interpretation of the measured structure functions in terms of parton momentum and spin distribution functions.

Experiments using polarized beams and targets have played a critical role in testing the application of QCD to nucleon structure [1]. The Bjorken sum rule [2], which relates the first moment of polarized deep inelastic structure functions to nucleon ground state properties, has been an important part of these studies. At infinite four-momentum transfer squared,  $Q^2$ , the sum rule reads

$$\Gamma_1^{p,n} \equiv \Gamma_1^p - \Gamma_1^n \equiv \int_0^1 dx [g_1^p(x) - g_1^n(x)] = \frac{g_A}{6}, \quad (1)$$

where  $g_1^p$  and  $g_1^n$  are the spin-dependent proton and neutron structure functions, respectively. Here,  $g_A$  is the nucleon axial charge and  $x = Q^2/2M\nu$ , with  $\nu$  the energy transfer and  $M$  the nucleon mass. The sum rule has been verified experimentally to better than 10% [3–5].

Because the Bjorken sum rule relates differences of proton and neutron structure function moments,  $\Gamma_1^p$  and  $\Gamma_1^n$ , only flavor nonsinglet quark operators appear in the

OPE. Another simplification arises at low  $Q^2$  where the resonance contributions to the proton and neutron, in particular that of the  $\Delta(1232)$  resonance, partly cancel. This cancellation simplifies calculations based on chiral perturbation theory ( $\chi$ PT), and may extend the  $Q^2$  range of their applicability. The gap between the domains of validity for perturbative QCD (pQCD) and  $\chi$ PT might even be bridged, enabling for the first time a fundamental theoretical description of nucleon structure from large to small scales [6]. The Bjorken sum rule is therefore relevant for understanding the transition from pQCD to non-perturbative QCD.

In this Letter we report on a determination of the Bjorken integral using data obtained at the Thomas Jefferson National Accelerator Facility (Jefferson Lab) over the  $Q^2$  range of 0.17–1.10 GeV<sup>2</sup>. Combined with higher  $Q^2$  data from earlier experiments, we analyze the data using the OPE and extract the  $1/Q^2$  higher twist corrections to the integral at intermediate values of  $Q^2$ .

The data were obtained in three different experiments using polarized electrons on polarized proton [7], deuterium [8], and <sup>3</sup>He [9,10] targets. To analyze the scattered electrons, the proton and deuteron experiments used the CEBAF Large Acceptance Spectrometer (CLAS) in Hall B [11], while the <sup>3</sup>He experiment used the two High Resolution Spectrometers in Hall A [12].

The individual measurements of the proton, neutron, and deuteron integrals  $\Gamma_1^{p,n,d}$  have been reported elsewhere [7–10]. To form the isovector combination  $\Gamma_1^{p,n}$  we subtract from the experimental values of  $g_1^p$  the values

of  $g_1^n$  extracted from the  $^3\text{He}$  or the deuteron measurements. However, in order to combine these data, the  $Q^2$  values at which  $g_1^p$  and  $g_1^n$  were obtained must coincide. We chose to reanalyze the  $^3\text{He}$  data at six values of  $Q^2$  which match the ones of the proton data and differ from the values reported in Refs. [9,10]. For the deuteron measurement, given the larger uncertainties, we simply interpolated the proton data points to match the four  $Q^2$  points of the deuteron data. The additional systematic uncertainty from the interpolation is negligible.

The three experiments [7–10] have measured  $g_1$  up to an invariant mass  $W = 2$  GeV. The unmeasured contributions to the proton and neutron integrals, corresponding to the low- $x$  domain, need to be consistently accounted for. In the current analysis, the fit from Bianchi and Thomas [13] was used to estimate the low- $x$  contribution to the moments up to  $W^2 = 1000$  GeV<sup>2</sup>. The uncertainty on this contribution was evaluated by taking the quadratic sum of the differences induced by independently varying each parameter of the fit within the range of values given in [13]. The contribution beyond 1000 GeV<sup>2</sup> was determined using a Regge parametrization constrained so that the Bjorken integral at  $Q^2 = 5$  GeV<sup>2</sup>, from the world data complemented by the Bianchi and Thomas fit and our Regge parametrization, agrees with the sum rule. The systematic uncertainties from the neutron and proton data have been added in quadrature. The moment  $\Gamma_1^n$  was extracted from  $^3\text{He}$  or deuterium data using the formalism of nucleon effective polarizations [14,15]. The resulting  $\Gamma_1^{p-n}$  is shown in Fig. 1 by the filled symbols, with the values given in Table I. Note that only the inelastic contributions are included in  $\Gamma_1^{p-n}$ . Data from the SLAC E143 experiment [16] are also shown (open circles) for comparison.

The data are compared with theoretical calculations based on  $\chi$ PT and with phenomenological models. At  $Q^2 = 0$ , the slope of the Bjorken integral is constrained by the Gerasimov-Drell-Hearn (GDH) sum rule [17,18]. The Soffer–Teryaev model [19] agrees only with the low- $Q^2$  data. The overestimate at larger  $Q^2$  was traced back to the QCD radiative corrections and has now been corrected [20]. The Burkert–Ioffe model [21] agrees well with the data over the full range covered in Fig. 1. This may indicate that vector meson dominance gives a reasonable picture of the parton-hadron transition. At low  $Q^2$  attempts have also been made to calculate  $\Gamma_1^{p-n}$  using  $\chi$ PT [22,23]. The calculation done in the heavy baryon approximation [23] seems to agree better with the data. At higher  $Q^2$  the data are compared with the leading-twist calculation (gray band in Fig. 1), which corresponds to incoherent scattering from individual quarks. In pQCD, gluon radiation causes scaling violations in structure functions, and introduces an  $\alpha_s$  dependence on the right hand side of Eq. (1). At leading-twist, the pQCD result at third order in  $\alpha_s$  (in the  $\overline{\text{MS}}$  scheme) is

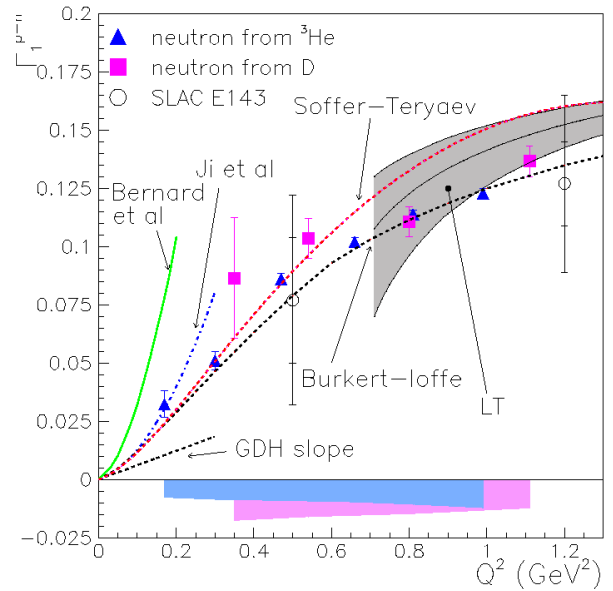


FIG. 1 (color online). Inelastic contribution to the Bjorken sum. The triangles (squares) represent the results with the neutron extracted from  $^3\text{He}$  (deuteron) data, with the horizontal bands covering the 0.17–0.99 GeV<sup>2</sup> and 0.34–1.1 GeV<sup>2</sup> ranges the corresponding systematic uncertainties. The E143 data are shown for comparison. The gray band represents the leading-twist (LT) contribution calculated to third order in  $\alpha_s$ . The curves correspond to theoretical calculations (see text).

$$\Gamma_1^{p-n} = \frac{g_A}{6} \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.21 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 \right]. \quad (2)$$

The gray band in Fig. 1 represents the uncertainty in  $\Gamma_1^{p-n}$  due to the uncertainty in  $\alpha_s$ . There is reasonable agreement between the leading-twist prediction and the data. Their difference is related to higher twist effects that should become important at low  $Q^2$ . In particular, application of the OPE to moments of structure functions requires the expansion of the *total* moment rather than the *inelastic* moment as in Fig. 1. While the elastic con-

TABLE I. Inelastic contributions to the Bjorken sum. The second and third columns give the sum and its uncertainty for  $W < 2$  GeV. The fourth to sixth columns give the total sum and its uncertainties. The last column indicates the origin of the neutron information (from  $^3\text{He}$  or from deuteron data).

$Q^2$ (GeV <sup>2</sup> )	$\Gamma_1^{p-n}$ <sub>1(res)</sub>	$\sigma_{\text{syst}}^{\text{res}}$	$\Gamma_1^{p-n}$ <sub>1(tot)</sub>	$\sigma_{\text{syst}}^{\text{tot}}$	$\sigma^{\text{stat}}$	$n$
0.17	0.0134	0.0073	0.0326	0.0076	0.0057	$^3\text{He}$
0.30	0.0181	0.0079	0.0510	0.0085	0.0039	$^3\text{He}$
0.34	0.0498	0.0165	0.0864	0.0202	0.0266	D
0.47	0.0381	0.0071	0.0860	0.0089	0.0025	$^3\text{He}$
0.53	0.0507	0.0121	0.1035	0.0170	0.0095	D
0.66	0.0394	0.0058	0.1019	0.0095	0.0020	$^3\text{He}$
0.79	0.0395	0.0122	0.1107	0.0176	0.0076	D
0.81	0.0413	0.0056	0.1138	0.0109	0.0019	$^3\text{He}$
0.99	0.0400	0.0049	0.1229	0.0120	0.0019	$^3\text{He}$
1.10	0.0477	0.0084	0.1366	0.0166	0.0076	D

tribution is negligible at high  $Q^2$ , it dominates at low  $Q^2$ . Figure 2 shows the total moment, including the elastic contribution, calculated from the form factor parametrizations from Ref. [24]. In addition to the Jefferson Lab data, we also plot data at higher  $Q^2$  from the SLAC E143 [25] and E155 [4], DESY HERMES [26] and CERN SMC [5] experiments. For consistency, the low- $x$  contributions, outside of the measured regions, have been reevaluated using the same procedure as described earlier.

The OPE analysis allows one to expand the total moment  $\Gamma_1^{p-n}$  in powers of  $1/Q^2$ :

$$\Gamma_1^{p-n} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_{2i}^{p-n}}{Q^{2i-2}}, \quad (3)$$

where the leading-twist  $i=1$  coefficient is given in Eq. (2). The coefficients  $\mu_{2i}^{p-n}$  for  $i > 1$  represent matrix elements of higher twist operators. The matrix elements contain information on the long range, nonperturbative interactions or correlations between partons. In particular, the  $1/Q^2$  correction term is [27,28]

$$\mu_4^{p-n} = \frac{M^2}{9} (a_2^{p-n} + 4d_2^{p-n} + 4f_2^{p-n}), \quad (4)$$

where  $a_2^{p-n}$  is the target mass correction given by the  $x^2$ -weighted moment of the leading-twist  $g_1$  structure function, and  $d_2^{p-n}$  is a twist-3 matrix element given by

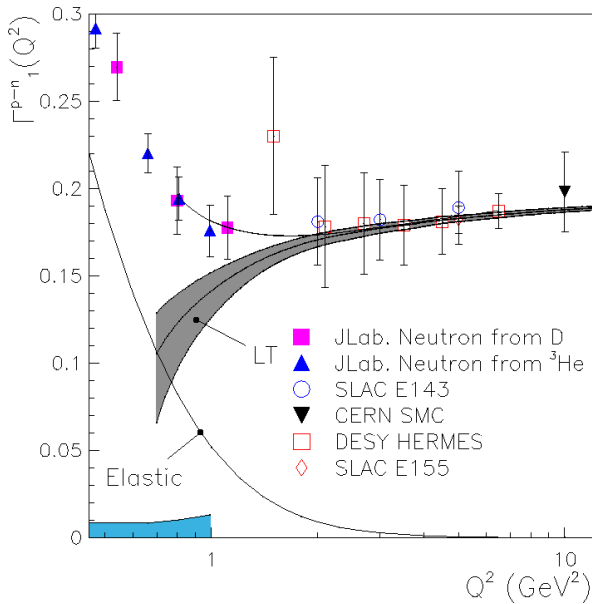


FIG. 2 (color online). Total moment  $\Gamma_1^{p-n}$ , including the inelastic contribution from Fig. 1 together with the elastic. The data extracted from  $^3\text{He}$  (deuterium) together with proton data are indicated by the triangles (squares). The leading-twist (LT) contribution is given by the gray band. The point to point correlated uncertainty for the data extracted from  $^3\text{He}$  and proton is shown by the horizontal band. The error bars on the symbols represent the uncorrelated uncertainty. The data from other experiments are assumed to be uncorrelated. The fits to the total moment are indicated by the solid curves.

$$d_2^{p-n} = \int_0^1 dx x^2 (2g_1^{p-n} + 3g_2^{p-n}). \quad (5)$$

The twist-4 contribution,  $f_2^{p-n}$ , given by a mixed quark-gluon operator, is related to the color electric and magnetic polarizabilities of the nucleon [29,30].

The  $a_2^{p-n}$  correction, which is twist-2, is calculated using the fit of polarized parton distributions from Ref. [31]. The  $d_2^{p-n}$  matrix element is obtained from [32]. With these inputs, the data on  $\Gamma_1^{p-n}$  in Fig. 2 can be used to extract  $f_2^{p-n}$ . As an additional parameter in the fit, we include the  $1/Q^4$  coefficient  $\mu_6^{p-n}$ . For the leading-twist contribution, we constrain the low- $x$  extrapolation by assuming the validity of the Bjorken sum rule for  $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$ . In fact, our low- $x$  extrapolation gives  $g_A^{\text{fit}} = 1.270 \pm 0.045$ , which is very close to the empirical value  $g_A = 1.267 \pm 0.004$ . The higher twist terms are then determined from the  $Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$  data using our fitted value of  $g_A$ . The point to point correlated uncertainty for the JLab data extracted from  $^3\text{He}$  and hydrogen has been disentangled from the uncorrelated uncertainty, and only the latter is used in the fit. The correlated systematics are then propagated to the fit result, as is the uncertainty arising from  $\alpha_s$ . The data from the other experiments are treated as uncorrelated from point to point.

It is not clear *a priori* over which  $Q^2$  range the  $1/Q^2$  expansion should be valid. For instance, at  $Q^2 \approx 0.7 \text{ GeV}^2$  the elastic and leading-twist contributions are of comparable magnitude. Fitting over the range  $0.8 < Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$  gives  $f_2^{p-n} = -0.13 \pm 0.15(\text{uncor})^{+0.04}_{-0.03}(\text{cor})$ , normalized at  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , where the first and second errors are uncorrelated and correlated, respectively, and  $\mu_6^{p-n}/M^4 = 0.09 \pm 0.06(\text{uncor}) \pm 0.01(\text{cor})$ . The contribution to the total uncertainty from the elastic form factors is negligible. Starting the fit at a lower  $Q^2$ ,  $Q^2 = 0.66 \text{ GeV}^2$ , yields the more negative value  $f_2^{p-n} = -0.18 \pm 0.05(\text{uncor})^{+0.04}_{-0.05}(\text{cor})$ , and a larger value for  $\mu_6^{p-n}$ ,  $\mu_6^{p-n}/M^4 = 0.12 \pm 0.02(\text{uncor}) \pm 0.01(\text{cor})$ , with somewhat smaller errors. The results of the two fits are shown in Fig. 2, but are almost indistinguishable. At  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , the  $1/Q^4$  contribution is  $\mu_6^{p-n}/Q^4 \approx 0.09 \pm 0.02$ , which is of similar magnitude and of opposite sign to the  $1/Q^2$  term,  $\mu_4^{p-n}/Q^2 \approx -0.06 \pm 0.02$ , obtained by adding the extracted  $f_2^{p-n}$  value to  $d_2^{p-n}$  and  $a_2^{p-n}$  in Eq. (4). This may explain why the leading-twist description agrees well with the data down to surprisingly small values of  $Q^2$  ( $\sim 1 \text{ GeV}^2$ ), and could be a hint that quark-hadron duality might work well for  $p-n$  nonsinglet quantities.

These results also suggest that at these lower  $Q^2$  values the twist expansion may not converge very quickly, and that higher twist terms may be needed. Including a  $\mu_8^{p-n}/Q^6$  term, however, gives significantly larger uncertainties on the higher twist contributions, making them compatible with zero. Starting the fit at  $Q^2 = 0.47 \text{ GeV}^2$ , for instance, gives  $f_2^{p-n} = -0.14 \pm 0.10(\text{uncor}) \pm 0.04(\text{cor})$ ,

$\mu_6^{p-n}/M^4 = 0.09 \pm 0.08(\text{uncor})_{-0.04}^{+0.03}(\text{cor})$ , and  $\mu_8^{p-n}/M^6 = 0.01 \pm 0.03(\text{uncor}) \pm 0.02(\text{cor})$ .

The results for  $f_2^{p-n}$  can be compared to nonperturbative model predictions:  $f_2^{p-n} = -0.024 \pm 0.012$  [29] and  $f_2^{p-n} = -0.032 \pm 0.051$  [33] (QCD sum rules),  $f_2^{p-n} = 0.028$  [34] (MIT bag model) and  $f_2^{p-n} = -0.081$  [35] (instanton model). The results can also be compared with values obtained in analyses of the proton [36] and neutron [37] data separately. Naively subtracting  $f_2^n$  from  $f_2^p$  gives  $0.01 \pm 0.08$ , which is consistent within uncertainties with the above values for  $f_2^{p-n}$ . However, different  $Q^2$  ranges were used in the proton and neutron fits, and different low- $x$  extrapolations implemented.

The larger uncertainty on  $f_2^{p-n}$  from the  $Q^2 > 0.8 \text{ GeV}^2$  analysis reflects the larger values of  $Q_{\min}^2$  used here compared with that used in the neutron analysis [37]. Fitting the neutron data from  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  rather from  $Q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$  as in Ref. [37] would increase the uncertainty on  $f_2^n$  appreciably, which, when combined with the proton data fitted over the same range, would be more compatible with the uncertainty from the present combined analysis. This issue could be ameliorated with better quality data at higher  $Q^2$  ( $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ ). Data in this region on the proton and deuteron collected in Hall B at Jefferson Lab are presently being analyzed. Plans for high-precision measurements of the proton and neutron structure functions at higher  $Q^2$  are also included in the 12 GeV energy upgrade of Jefferson Lab [38].

To summarize, we have presented an extraction of the Bjorken sum in the  $0.17 < Q^2 < 1.10 \text{ GeV}^2$  range. Being a nonsinglet quantity, the Bjorken sum simplifies the theoretical analyses at both high  $Q^2$  (using the OPE) and at low  $Q^2$  (using  $\chi$ PT). It thus provides us with a unique opportunity to understand better the transition from perturbative QCD to the confinement region. Combining with data at higher  $Q^2$ , we have extracted the higher twist contributions to the sum. We find  $f_2^{p-n}$  small and the total higher twist contribution, for twists lower than eight, compatible with zero.

This work was supported by the U.S. Department of Energy (DOE) and the U.S. National Science Foundation. The Southeastern Universities Research Association operates the Thomas Jefferson National Accelerator Facility for the DOE under Contract No. DE-AC05-84ER40150.

- 
- [1] See, for example, B.W. Filippone and X. Ji, *Adv. Nucl. Phys.* **26**, 1 (2001), and references therein.
  - [2] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.* **148**, 1467 (1966).
  - [3] E154 Collaboration, K. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 26 (1997).
  - [4] E155 Collaboration, P.L. Anthony *et al.*, *Phys. Lett. B* **493**, 19 (2000).
  - [5] SMC Collaboration, D. Adeva *et al.*, *Phys. Rev. D* **58**, 112001 (1998).
  - [6] V.D. Burkert, *Phys. Rev. D* **63**, 097904 (2001).

- [7] CLAS Collaboration, R. Fatemi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 222002 (2003).
- [8] CLAS Collaboration, J. Yun *et al.*, *Phys. Rev. C* **67**, 055204 (2003).
- [9] E94-010 Collaboration, M. Amarian *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 242301 (2002).
- [10] E94-010 Collaboration, M. Amarian *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 022301 (2004).
- [11] CLAS Collaboration, B.A. Mecking *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **503**, 513 (2003).
- [12] Hall A Collaboration, J. Alcorn *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* **522**, 294 (2004).
- [13] N. Bianchi and E. Thomas, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **82**, 256 (2000).
- [14] See, e.g., C. Ciofi degli Atti and S. Scopetta, *Phys. Lett. B* **404**, 223 (1997).
- [15] M. Lacombe *et al.*, *Phys. Rev. C* **21**, 861 (1980).
- [16] E143 Collaboration, K. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 815 (1997).
- [17] S.D. Drell and A.C. Hearn, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 908 (1966); S.B. Gerasimov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **2**, 430 (1966).
- [18] X. Ji and J. Osborne, *J. Phys. G* **27**, 127 (2001).
- [19] J. Soffer and O.V. Teryaev, *Phys. Lett. B* **545**, 323 (2002).
- [20] J. Soffer, hep-ph/0409333.
- [21] V.D. Burkert and B.L. Ioffe, *Phys. Lett. B* **296**, 223 (1992); *J. Exp. Theor. Phys.* **78**, 619 (1994).
- [22] V. Bernard, T.R. Hemmert, and Ulf-G. Meißner, *Phys. Rev. D* **67**, 076008 (2003).
- [23] X. Ji, C.W. Kao, and J. Osborne, *Phys. Lett. B* **472**, 1 (2000).
- [24] P. Mergell, U.-G. Meißner, and D. Drechsel, *Nucl. Phys. A* **596**, 367 (1996).
- [25] E143 Collaboration, K. Abe *et al.*, *Phys. Rev. D* **58**, 112003 (1998).
- [26] HERMES Collaboration, A. Airapetian *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **26**, 527 (2003).
- [27] E.V. Shuryak and A.I. Vainshtein, *Nucl. Phys.* **B201**, 141 (1982).
- [28] X. Ji and P. Unrau, *Phys. Lett. B* **333**, 228 (1994).
- [29] E. Stein *et al.*, *Phys. Lett. B* **353**, 107 (1995).
- [30] X. Ji, in *Baryons '95: Proceedings of the 7th International Conference on the Structure of Baryons, Santa Fe, New Mexico*, edited by B.F. Gibson, P.D. Barnes, J.B. McClelland, and W. Weise (World Scientific, New Jersey, 1996).
- [31] J. Bluemlein and H. Boettcher, *Nucl. Phys.* **B636**, 225 (2002).
- [32] Jefferson Lab Hall A Collaboration, X. Zheng *et al.*, nucl-ex/0405006 [*Phys. Rev. C* (to be published)].
- [33] I.I. Balitsky, V.M. Braun, and A.V. Kolesnichenko, *Phys. Lett. B* **242**, 245 (1990); **318**, 648(E) (1993).
- [34] X. Ji, Massachusetts Institute of Technology Report No. MIT-CTP-2468, 1995; hep-ph/9509288.
- [35] N.Y. Lee, K. Goeke, and C. Weiss, *Phys. Rev. D* **65**, 054008 (2002).
- [36] M. Osipenko *et al.*, hep-ph/0404195.
- [37] E94-010 Collaboration, Z.E. Meziani *et al.*, hep-ph/0404066.
- [38] "The Science Driving the 12 GeV Upgrade at CEBAF," [http://www.jlab.org/div\\_dept/physics\\_division/GeV.html](http://www.jlab.org/div_dept/physics_division/GeV.html)

Etude expérimentale de règles  
de sommes isovectorielles

# Experimental study of isovector spin sum rules

A. Deur<sup>1</sup>, P. Bosted<sup>1</sup>, V. Burkert<sup>1</sup>, D. Crabb<sup>2</sup>, V. Dharmawardane<sup>3\*</sup>, G. E. Dodge<sup>3</sup>,  
T. A. Forest<sup>4</sup>, K. A. Griffioen<sup>5</sup>, S. E. Kuhn<sup>3</sup>, R. Minehart<sup>2</sup>, Y. Prok<sup>2†</sup>.

<sup>1</sup>Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, VA 23606

<sup>2</sup>University of Virginia, Charlottesville, VA 22904

<sup>3</sup>Old Dominion University, Norfolk, VA 23529

<sup>4</sup>Idaho State University, Pocatello, ID, 83209

<sup>5</sup>College of William and Mary, Williamsburg, VA 23187

(Dated: February 21, 2008)

We present the Bjorken integral extracted from Jefferson Lab experiment EG1b for  $0.05 < Q^2 < 2.92 \text{ GeV}^2$ . The integral is fit to extract the twist-4 element  $f_2^{p-n}$  which is large and negative. Systematic studies of this higher twist analysis establish its legitimacy at  $Q^2$  around  $1 \text{ GeV}^2$ . We also extracted the isovector part of the generalized forward spin polarizability  $\gamma_0$ . Although this quantity provides a robust test of Chiral Perturbation Theory, our data disagree with the calculations.

PACS numbers: 13.60.Hb, 11.55.Hx, 25.30.Rw, 12.38.Qk, 24.70.+s

The Bjorken sum rule [1] relates an integral over the spin distributions of quarks inside the nucleon to its axial charge. This relation has been essential for understanding the nucleon spin structure and establishing that Quantum Chromodynamics (QCD) describes the strong force when spin is included. The Bjorken integral has been measured in polarized deep inelastic lepton scattering (DIS) at SLAC, CERN and DESY [4]-[7] and at moderate four-momentum transfer squared  $Q^2$  at Jefferson Lab (JLab). See e.g. [8] for a review.  $Q^2$  is inversely proportional to the space-time scale at which the nucleon is probed. In the perturbative QCD (pQCD) domain (high  $Q^2$ ) the sum rule reads [9]:

$$\Gamma_1^{p-n}(Q^2) \equiv \int_0^1 dx (g_1^p(x, Q^2) - g_1^n(x, Q^2)) = \quad (1)$$

$$\frac{g_A}{6} \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} - 20.21 \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} + \dots \right] + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mu_{2i}^{p-n}(Q^2)}{Q^{2i-2}}$$

where  $g_1^p$  and  $g_1^n$  are the spin-dependent proton and neutron structure functions,  $g_A$  is the nucleon flavor-singlet axial charge that controls the strength of neutron  $\beta$ -decay,  $\alpha_s(Q^2)$  is the strong coupling strength and  $x = Q^2/2M\nu$ , with  $\nu$  the energy transfer and  $M$  the nucleon mass. The bracket term (known as the leading twist term) is mildly dependent on  $Q^2$  due to pQCD soft gluon radiation. The other term contains non-perturbative power corrections (higher twists). These are quark and gluon correlations that need to be understood to describe the nucleon structure away from the large  $Q^2$  limit. The  $Q^2$ -dependences of the  $\mu_{2i}(Q^2)$  are calculable from pQCD. Beside its contribution to establishing QCD, the

Bjorken sum rule can be used to extract higher twists (at high  $Q^2$ ), to check lattice QCD (at moderate  $Q^2$ ) and to test effective theories of the strong force (at low  $Q^2$ ).

In this paper, new data from the JLab CLAS EG1b experiment [10]-[12] taken on polarized proton and deuteron targets are used to extract the Bjorken integral over an extended  $Q^2$  range:  $0.05 < Q^2 < 2.92 \text{ GeV}^2$  compared to the previous JLab range  $0.15 < Q^2 < 1.5 \text{ GeV}^2$  [13].

The extension down to  $Q^2 = 0.05 \text{ GeV}^2$  allows us to compare to Chiral Perturbation Theory ( $\chi PT$ ) in a domain where the chiral approximation should be valid. The moderate  $Q^2$  range had been precisely measured [13]. The new data set, of equivalent precision, provides a useful check. In particular, it verifies the neutron results, which come mostly from  $^3\text{He}$  in Ref. [13] and from the deuteron in this paper. At larger  $Q^2$  ( $\gtrsim 1 \text{ GeV}^2$ , where Eq. 1 holds), higher twists can now be studied with a statistical precision typically improved by a factor of 2. Previous work [13] has shown the necessity of precise  $Q^2$  mapping at moderate  $Q^2$  ( $\gtrsim 1 \text{ GeV}^2$ ) because of the surprisingly small size of the overall higher twist effect.

Studying the Bjorken integral is advantageous because of simplifications arising from its non-singlet (p-n) nature, which make comparisons to pQCD, lattice QCD and  $\chi PT$  significantly more reliable [13]. By a similar argument, the transverse-longitudinal polarizability  $\delta_{LT}$  [8], a higher moment of spin structure functions, also provides a robust test of  $\chi PT$ . However,  $\chi PT$  and data for  $\delta_{LT}$  on the neutron [14] strongly disagree. This calls for more low  $Q^2$  studies, especially the yet unmeasured  $\delta_{LT}^p$ . EG1b data are taken with a longitudinally polarized target and hence cannot be used to extract  $\delta_{LT}^p$ . However, the generalized forward spin polarizability  $\gamma_0$  can be obtained. The comparison of  $\chi PT$  to data on  $\gamma_0^p$  or  $\gamma_0^n$  does not offer a test as solid as that for  $\delta_{LT}$ . Yet, just like for the Bjorken integral, the isovector part  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  offers the same advantages as  $\delta_{LT}$  and provides a complementary

\*Present address: New Mexico State University, Las Cruces, NM 88003

†Present address: Christopher Newport University, Newport News, VA 23606



check of  $\chi PT$ . We will also report on these results.

The measurements of structure functions  $g_1^p$  and  $g_1^d$  are described in Refs. [10]–[12]. The data cover an invariant mass range up to  $W = 3$  GeV for  $0.054 \leq Q^2 \leq 2.92$  GeV<sup>2</sup>. Since experimental moments are integrated to finite  $W$ , the data have to be supplemented by models for large  $W$ . We used the model described in [10] down to  $x = 0.001$ . This part is known from DIS experiments. The rest is determined using a Regge parametrization [13]. A parameterization was also used to estimate the contributions for  $W < 1.15$  GeV<sup>2</sup> [10].

The Bjorken integral is obtained from  $\Gamma_1^p$  and  $\Gamma_1^d$  as described in [3] and is shown in Fig. 1 (a table of the data is given in [15]). The elastic contribution ( $x = 1$ ) is excluded. There is excellent agreement between the

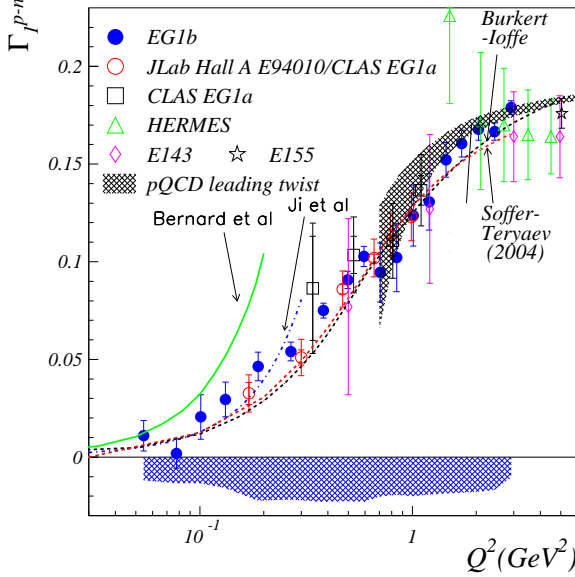


FIG. 1: (Color online) The Bjorken integral. The solid blue circles give the results from this work with the horizontal band giving the systematic uncertainties. Other symbols show the data from experiments E143 [3], E155 [5], HERMES [7] and JLab [13]. For those, the inner error bar indicates the statistical uncertainty. The outer one is the quadratic sum of the statistic and systematic uncertainties. The gray band represents the leading-twist NNLO pQCD calculation. The curves correspond to  $\chi PT$  calculations and models.

Bjorken integral with the neutron extracted from the deuteron (filled circles and open squares) and from  $^3\text{He}$  (open circles). The data agree well with the SLAC and HERMES experiments and with the two phenomenological models shown in Fig. 1 [16], [17]. At moderate  $Q^2$ , we observe a strong variation of the Bjorken integral, in contrast to the low and high  $Q^2$  regions. That QCD is almost conformal (i.e. has a small scale-dependence) comes from asymptotic freedom at large  $Q^2$  and the freezing of the effective strong coupling constant [18] at low  $Q^2$ . This opens new avenues for non-perturbative QCD calculations using the AdS/CFT correspondence [19].

At low  $Q^2$  the data are consistent up to  $Q^2 \simeq 0.2$  GeV<sup>2</sup> with the  $\chi PT$  calculations of Bernard *et al.* [20] and up

to  $Q^2 \simeq 0.35$  GeV<sup>2</sup> for those of Ji *et al.* done in the heavy baryon approximation [21]. The range of validity of  $\chi PT$  seems larger than for individual nucleons [8], [12] possibly because of the  $\Delta_{1232}$  resonance suppression in the Bjorken integral [22]. This result, however, is not trivial: the same argument was used for  $\delta_{LT}$  but its measurement on the neutron [14] disagrees strongly with  $\chi PT$ .

To quantitatively compare with  $\chi PT$ , we fit our results up to a maximum  $Q^2$  ranging from 0.30 to 0.50 GeV<sup>2</sup> (fits on lower  $Q^2$  ranges are imprecise, and higher  $Q^2$  data may lie out of the validity region of  $\chi PT$ ). We included the data from [13] in the fit. Our fit form is:

$$\Gamma_1^{p-n, fit} = \frac{\kappa_n^2 - \kappa_p^2}{8M} Q^2 + aQ^4 + bQ^6 \quad (2)$$

in which  $\kappa$  is the anomalous moment of the nucleon and  $a$  and  $b$  are fit parameters. The first term in Eq.2 stems from the Gerasimov-Drell-Hearn sum rule [8]. We find  $a = 0.80 \pm 0.07(\text{stat}) \pm 0.23(\text{syst})$  and  $b = -1.13 \pm 0.16(\text{stat}) \pm 0.39(\text{syst})$  with  $\chi^2 = 1.50$ . They agree well with the results from Ji *et al.* for which  $a = 0.74$  but not with those of Bernard *et al.* ( $a = 2.4$ ). The fit outlines the importance of the  $Q^6$  term (not calculated yet in  $\chi PT$ ). This was already noticed for  $\Gamma_1^p$  and  $\Gamma_1^d$  [12].

At high  $Q^2$ , the leading twist pQCD calculation given by the bracket term of Eq. 1 and represented by the gray band in Fig. 1, agrees reasonably well with the data. This implies that the total higher twist contribution is small even down to  $Q^2$  well below 1 GeV<sup>2</sup>. The first higher twist correction term in Eq. 1 is [24]:

$$\mu_4^{p-n} = \frac{M^2}{9} (a_2^{p-n} + 4d_2^{p-n} + 4f_2^{p-n}), \quad (3)$$

where  $a_2$  and  $d_2$  are known target mass corrections given by moments of the leading twist (LT) part of  $g_1$  and  $g_2$ :  $a_2 = \int_0^1 dx (x^2 g_1^{LT})$  and  $d_2 = \int_0^1 dx x^2 (2g_1^{LT} + 3g_2^{LT})$ . The twist-4 term that we wish to extract is  $f_2^{p-n}$ .

To perform a higher twist analysis, the elastic contribution to  $\Gamma_1^{p-n}$  is added. In Eq. 1,  $\alpha_s$  is computed up to next to leading order. A fit of polarized quark distributions [23] yields  $a_2^{p-n} = 0.031$  at  $Q^2 = 1$  GeV<sup>2</sup>.  $d_2^{p-n} = -0.007$  is obtained from [5] and [25] evolved to 1 GeV<sup>2</sup>. The EG1b data on  $\Gamma_1^{p-n}$ , together with the world's data, can then be fit to extract  $f_2^{p-n}$  using Eqs. 1 and 3. To account for twists greater than rank 4, we include a coefficient  $\mu_6^{p-n}/Q^4$ . For consistency, former data on  $\Gamma_1^{p-n}$  were reanalyzed using the same model as used in this paper to extrapolate to low  $x$ . For both JLab data sets (Ref. [13] and the present data), the point-to-point correlated uncertainties have been separated from the uncorrelated ones. The latter are added in quadrature to the statistical uncertainties. The correlated systematics are propagated independently to the fit result, as is the uncertainty arising from  $\alpha_s$ . The results of the fit done in the  $Q^2$ -range from 0.66 to 10.0 GeV<sup>2</sup> is  $f_2(Q^2 = 1 \text{ GeV}^2) = -0.101 \pm 0.027 \pm_{0.071}^{0.063}$ .



with  $\mu_6/M^4 = 0.084 \pm 0.011 \pm_{0.026}^{0.022}$ . The first uncertainty is the quadratic sum of the statistical and the point-to-point uncorrelated uncertainties. The second one is the point to point correlated uncertainty. Comparing the values of  $f_2^{p-n}$ ,  $a_2^{p-n}$  and  $d_2^{p-n}$  at  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , we see that  $\mu_4^{p-n} \approx 0.4 f_2^{p-n}$ . The result for  $f_2^{p-n}$  is plotted in Fig. 2 (square) along with the result from Ref. [13] (triangle) and theoretical predictions. At  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ ,  $\mu_2^{p-n}$ ,

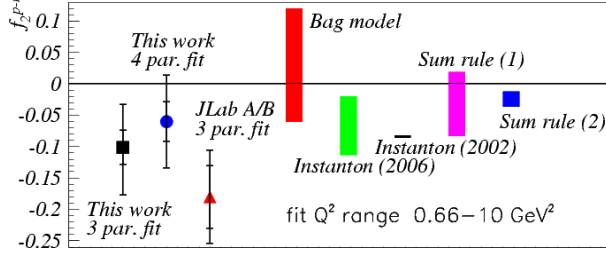


FIG. 2:  $f_2^{p-n}(Q^2 = 1 \text{ GeV}^2)$  for the fits performed over the  $0.66 < Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$  range for this study and Ref. [13] (JLab A/B). Calculations [26]-[30] are shown by the bands. Sum rule (1) refers to Ref [27] and (2) to Ref [26].

$\mu_4^{p-n}$  and  $\mu_6^{p-n}$  are of similar sizes and opposite signs, largely canceling each other.

To study the systematics associated with this higher twist analysis and to check the legitimacy of our procedure at these low  $Q^2$ , we conducted several tests: 1) We repeated the fit for several  $Q^2$  ranges; 2) We reiterated this work adding a  $\mu_8^{p-n}/Q^6$  term to study the convergence of the twist series (the resulting  $f_2$  is shown in Fig. 2 by the solid circle); 3) We investigated the dependence on the low  $x$  extrapolation using different Regge-based parameterizations; 4) We extensively studied the stability of the fit for different choices of number of parameters and of  $Q^2$  ranges by using different models that reproduce the data reasonably well. We used ranges from  $0.47 < Q^2 < 10$  to  $3 < Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$  and we fit with functional forms for which the highest term varies from  $\mu_6/Q^4$  to  $\mu_{12}/Q^{10}$ . All observations supports the validity of our extractions. See [15] for details.

The higher twists can be interpreted in terms of color polarizabilities, which describe the response of the color magnetic and electric fields to the spin of the nucleon. The color electric and magnetic polarizabilities [26], [31] are  $\chi_E = \frac{2}{3}(2d_2 + f_2)$  and  $\chi_B = \frac{1}{3}(4d_2 - f_2)$ . Using the value of  $f_2^{p-n}$  extracted from the fit with  $Q_{min}^2 = 0.66$ , we obtain  $\chi_E^{p-n} = -0.077 \pm 0.050$  and  $\chi_B^{p-n} = 0.024 \pm 0.028$ . The point-to-point correlated and uncorrelated uncertainties on  $f_2$  were added in quadrature. Our higher twist analysis yields  $|f_2^{p-n}| \gg |d_2^{p-n}|$  (a feature predicted by models [29] and [30]) and so we have:  $\chi_E^{p-n} \simeq \frac{2}{3}f_2^{p-n}$  and therefore  $\chi_B^{p-n} \simeq -\frac{1}{3}f_2^{p-n}$ .

We now turn to the generalized forward spin polarizability  $\gamma_0$ . It can be obtained from the sum rule:

$$\gamma_0 = \frac{16\alpha M^2}{Q^6} \int_0^{x_0} x^2 \left( g_1 - \frac{4M^2}{Q^2} x^2 g_2 \right) dx, \quad (4)$$

where  $g_2$  is the second spin structure function and  $\alpha$  the QED coupling strength. The isovector quantity  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  eliminates the  $\Delta_{1232}$  resonance contribution, and therefore offers the same advantage as  $\delta_{LT}$  when compared to  $\chi PT$ . Higher moments are advantageous because they are essentially free of the uncertainty associated with the low  $x$  extrapolation. An isospin separation of  $\delta_{LT}$  or  $\gamma_0$  may help us to understand why  $\chi PT$  fails to describe them. For example, the  $t$ -channel exchange of axial-vector mesons (short range interactions) which are not included in the calculations could be identified if one of the isospin components agrees with  $\chi PT$  while the other disagrees.

We formed  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  using the proton data from EG1b [12] and the neutron data from JLab experiment E94010 [14]. The  $^3\text{He}$  data [14] are more precise than the deuteron data [12] which contain contributions from quasi-elastic and two-body break-up, which are not resolved by the CLAS spectrometer but are large at low  $Q^2$ . (This difficulty prevented  $\gamma_0^n$  from being obtained from EG1b data [12]). EG1b goes to lower  $Q^2$  than E94010, but the coverage of E94010 is sufficient for our investigation. The resulting  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  is shown in Fig. 3 (top plot) together with the predictions from Bernard *et al.* at  $O(P^4)$  [20] and Kao *et al.* at  $O(P^4)$  [32]. We also plot the result from the 2003 MAID model [33]. As is true for  $\gamma_0^p$  [12] and  $\gamma_0^n$  [14],  $\chi PT$  disagree with  $\gamma_0^{p-n}$  as well. Clearly, the discrepancy seen for  $\gamma_0^p$  and  $\gamma_0^n$  cannot solely be due to the  $\Delta_{1232}$ . The MAID model, that provides a relatively good description of  $\gamma_0^p$  and  $\gamma_0^n$ , disagrees mildly with their difference for the lowest  $Q^2$  point. Complementary to this study, we formed the isoscalar part  $\gamma_0^p + \gamma_0^n$  and compared it to the data (Fig. 3 bottom plot). The gray band on the Bernard *et al.* result is due to the uncertainty from the  $\Delta_{1232}$ . The MAID model provides a good description, whereas the  $\chi PT$  predictions still disagree. The disagreement of both  $\gamma_0^{p-n}$  and  $\gamma_0^{p+n}$  with  $\chi PT$  does not allow us to identify a short range interaction due to heavier mesons that would be responsible for the discrepancies. It might suggest that the non-resonant background is mainly responsible.

In conclusion, the Bjorken integral was extracted from polarized proton and deuteron data for  $0.054 < Q^2 < 2.92 \text{ GeV}^2$ . At low  $Q^2$ , the comparison with  $\chi PT$  indicates that these calculations agree better with the Bjorken integral (an isovector quantity in which the  $\Delta_{1232}$  resonance does not contribute) than with moments on individual nucleons. This is not trivial since  $\chi PT$  fails to describe the generalized spin polarizability  $\delta_{LT}$  in which the  $\Delta_{1232}$  is also suppressed. Data on the generalized forward spin polarizability  $\gamma_0^{p-n}$  are not reproduced by  $\chi PT$  even though the  $\Delta_{1232}$  does not contribute. It is clear from previously published data on  $\delta_{LT}$  and our analysis that the  $\Delta_{1232}$  contribution is not responsible for the discrepancy between data and calculations. The possibly better agreement of the Bjorken integral with

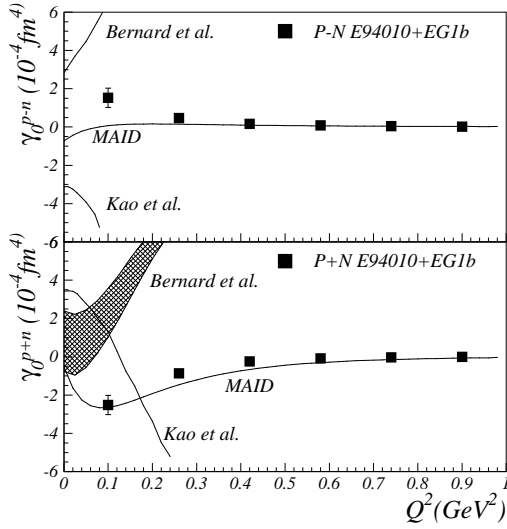


FIG. 3: The isovector (top) and isoscalar (bottom) generalised forward spin polarizability  $\gamma_0^p - \gamma_0^n$  together with  $\chi$ PT predictions and the result from the MAID model.

$\chi$ PT compared to  $\Gamma_1^p$  and  $\Gamma_1^n$  may then be due to a cause other than the  $\Delta_{1232}$  suppression.

The high  $Q^2$  data allow us to extract higher twist contributions and color polarizabilities. The twist-4 coefficient was found to be large:  $f_2^{p-n} \simeq -0.1$  at  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , to be compared to  $\Gamma_1^{p-n} = 0.125$ ,  $a_2^{p-n} = 0.031$  and  $d_2^{p-n} = -0.007$ . The sign and size of  $f_2^{p-n}$  agree with the analysis performed on  $g_1$  [34]. That  $|f_2| \gg d_2$  and  $f_2 < 0$  agree well with the prediction of the two-scale model [30]. Overall the net effect of higher twists is small, because of a cancellation between the twist 4 and twist 6 terms that are of similar sizes but opposite signs. This can be interpreted within a vector dominance framework: the oscillating signs arise from the development in series of the vector meson propagator  $\propto 1/(Q^2 - M_m^2)$  where  $M_m$  is the meson mass.

This work is supported by the U.S. Department of Energy (DOE) and the U.S. National Science Foundation. The Jefferson Science Associates operate the Thomas Jefferson National Accelerator Facility for the DOE under contract DE-AC05-84ER40150.

- 
- [1] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966); **D 1**, 465 (1970); Phys. Rev. D **1**, 1376 (1970).
  - [2] E142 Collaboration, P. L. Anthony *et al.*, Phys. Rev. Lett. **71**, 959 (1993)
  - [3] K. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 346 (1995); **75**, 25 (1995); **76**, 587 (1996); Phys. Lett. **B 364**, 61 (1995);

- Phys. Rev. **D 58**, 112003 (1998).
- [4] E154 collaboration: K. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 26 (1997).
- [5] P. L. Anthony, *et al.*, Phys. Lett. **B 458**, 529 (1999); **B 463**, 339 (1999); **B 493**, 19 (2000); **B 553**, 18 (2003).
- [6] SMC collaboration: D. Adeva *et al.*, Phys. Rev. D **58**, 112001 (1998).
- [7] HERMES collaboration: K. Ackerstaff, *et al.*, Phys. Lett. **B 404**, 383 (1997); **B 444**, 531 (1998); A. Airapetian, *et al.*, Phys. Lett. **B 442**, 484 (1998); Phys. Rev. Lett. **90**, 092002 (2003); Eur. Phys. J. **C 26**, 527 (2003); Phys. Rev. **D 75**, 012007 (2007).
- [8] J.-P. Chen, A. Deur, Z.-E. Meziani; Mod. Phys. Lett. **A 20**, 2745 (2005).
- [9] A. L. Kataev, Phys. Rev. **D 50**, R5469 (1994).
- [10] V. Dharmawardane *et al.*, Phys. Lett. **B 641**, 11 (2006).
- [11] P. E. Bosted *et al.*, Phys. Rev. **C 75**, 035203 (2007).
- [12] Y. Prok *et al.*, arXiv:0802.2232
- [13] A. Deur *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 212001-1 (2004).
- [14] M. Amarian *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93** 152301 (2004).
- [15] A Deur, JLab report <http://tnweb.jlab.org/tn/2008/08-001.pdf>.
- [16] V. D. Burkert and B. L. Ioffe, Phys. Lett. **B 296**, 223 (1992); J. Exp. Theor. Phys. **78**, 619 (1994).
- [17] J. Soffer and O. V. Teryaev, Phys. Lett. **B 545**, 323 (2002); Phys. Rev. **D 70** 116004 (2004).
- [18] A. Deur, V. Burkert, J.P. Chen and W. Korsch, Phys. Lett. **B 650**, 244 (2007).
- [19] See e.g. S. J. Brodsky and G. F. de Teramond, Phys. Rev. Lett **94**, 201601 (2005); **96**, 201601 (2006).
- [20] V. Bernard, T. R. Hemmert and Ulf-G. Meissner, Phys. Rev. **D 67**, 076008 (2003).
- [21] X. Ji, C. W. Kao and J. Osborne, Phys. Lett. **B 472**, 1 (2000).
- [22] V. D. Burkert, Phys. Rev. **D 63**, 097904 (2001).
- [23] J. Bluemlein and H. Boettcher, Nucl. Phys. **B 636**, 225 (2002).
- [24] E. Shuryak and A. Vainshtein, Nucl. Phys. **B 201**, 141 (1982); X. Ji and P. Unrau, Phys. Lett. **B 333**, 228 (1994); H. Kawamura *et al.* Mod. Phys. Lett. **A 12**, 135 (1997).
- [25] Xiaochao Zheng *et al.* Phys. Rev. **C70** 065207 (2004).
- [26] E. Stein *et al.*, Phys. Lett. **B 353**, 107 (1995).
- [27] I. Balitsky, V. Braun and A. Kolesnichenko, Phys. Lett. **B 242**, 245 (1990); Erratum-ibid **B 318**, 648 (1993).
- [28] X. Ji and W. Melnitchouk, Phys. Rev. **D 56**, R1 (1997).
- [29] N. Y. Lee, K. Goeke and C. Weiss, Phys. Rev. **D 65**, 054008 (2002).
- [30] A. V. Sidorov and C. Weiss, Phys. Rev. **D 73**, 074016 (2006).
- [31] X. Ji, hep-ph/9510362.
- [32] C. W. Kao, T. Spitzenberg and M. Vanderhaeghen Phys. Rev **D 67**, 016001 (2003).
- [33] D. Drechsel, S. Kamalov and L. Tiator. Nucl. Phys. **A 645**, 145 (1999).
- [34] E. Leader, A. V. Sidorov, D. B. Stamenov. Phys. Rev **D 75**, 074027 (2007).

Détermination expérimentale  
d'une constante de couplage  
forte effective

# Experimental determination of the effective strong coupling constant

A. Deur<sup>a,\*</sup>, V. Burkert<sup>a</sup>, J.P. Chen<sup>a</sup>, W. Korsch<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, VA 23606, USA

<sup>b</sup> University of Kentucky, Lexington, KY 40506, USA

Received 16 August 2006; received in revised form 21 March 2007; accepted 3 May 2007

Available online 16 May 2007

Editor: D.F. Geesaman

## Abstract

We present a first attempt to experimentally extract an effective strong coupling constant that we define to be a low  $Q^2$  extension of a previous definition by S. Brodsky et al. following an initial work of G. Grunberg. Using Jefferson Lab data and sum rules, we establish its  $Q^2$ -behavior over the complete  $Q^2$ -range. The result is compared to effective coupling constants inferred from different processes and to calculations based on Schwinger–Dyson equations, hadron spectroscopy or lattice QCD. Although the connection between the experimentally extracted effective coupling constants and the calculations is not established it is interesting to note that their behaviors are similar.

© 2007 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 12.38.Qk; 11.55.Hx

At experimentally accessible distances, the strong force remains the only interaction that resists satisfactory understanding. Quantum Chromodynamics (QCD), the gauge theory of the strong force, is well known at short distances ( $\lesssim 10^{-16}$  m) where it is solvable perturbatively. QCD, however, is not perturbatively calculable at larger distances, typically the scale of the nucleon radius. Recent precision data on moments of nucleon structure functions [1–4] reveal a smooth transition from small to large scales, while in contrast, a feature of perturbative QCD (pQCD) is that at  $\Lambda_{\text{QCD}}$ , the running strong coupling constant  $\alpha_s$  becomes infinite. An approach using an effective coupling constant could reconcile these two seemingly paradoxical aspects of strong interaction.

In lepton scattering a scale at which the target structure is probed is given by the inverse of  $Q^2$ , the square of the four-momentum transferred to the target. One way to extract  $\alpha_s$  at large  $Q^2$  is to fit the  $Q^2$ -dependence of the moments of structure functions. Among all moments, the Bjorken sum rule [5] is a convenient relation for such an extraction [6]. Furthermore, as will be discussed, the Bjorken sum may offer unique advantages to define an effective coupling at low  $Q^2$ .

In the limit where the energy transfer  $\nu$  and  $Q^2$  are infinite, while  $x \equiv Q^2/(2M\nu)$  remains finite ( $M$  is the nucleon mass), the Bjorken sum rule reads:

$$\Gamma_1^{p-n} \equiv \Gamma_1^p - \Gamma_1^n \equiv \int_0^1 dx (g_1^p(x) - g_1^n(x)) = \frac{1}{6} g_A. \quad (1)$$

$g_1^p$  and  $g_1^n$  are spin structure functions for the proton and neutron. The axial charge of the nucleon,  $g_A$ , is known from neutron  $\beta$ -decay. For finite  $Q^2$  much greater than  $\Lambda_{\text{QCD}}^2$ , the  $Q^2$ -dependence of the Bjorken sum rule is given by a double series in  $Q^{2-t}$  ( $t = 2, 4, \dots$  being the twist) and in  $(\alpha_s/\pi)^n$ . The  $(\alpha_s/\pi)^n$  series is given by pQCD evolution equations. At leading twist ( $t = 2$ ) and 3rd order in  $\alpha_s$ , in the  $\overline{\text{MS}}$  scheme and dimensional regularization, we have [7]:

$$\Gamma_1^{p-n} = \frac{1}{6} g_A \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.21 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 \right]. \quad (2)$$

The validity of the sum rule is verified at  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  to better than 10% [8].

The extraction of the Bjorken integral using data from the Thomas Jefferson National Accelerator Facility (JLab) in the  $Q^2$ -range of 0.17–1.10  $\text{GeV}^2$  has been reported recently [9]. The use of Eq. (2) as an ansatz for definition of an effective

\* Corresponding author.

E-mail address: [deurpam@jlab.org](mailto:deurpam@jlab.org) (A. Deur).

running coupling constant at low  $Q^2$  has ambiguities and difficulties as well as some practical advantages. The advantages are the following: firstly, it was pointed out in Ref. [10] that the extraction of  $\alpha_s$  does not depend strongly on the low- $x$  extrapolation. Secondly, this flavor non-singlet contribution does not mix quark and gluon operators when evolved. Hence the pQCD evolution is known to higher order. Thirdly, the JLab data are at constant  $Q^2$ . This avoids a possible ambiguity encountered in previous experiments, namely that in order to combine neutron and proton data, structure functions must be evolved to a common  $Q_0^2$ , which needs  $\alpha_s$  itself as input. This is especially important in our case since we cannot anticipate the value of  $\alpha_s$  at such low  $Q^2$ , due to the breakdown of pQCD. Hence, no evolution of the data to  $Q_0^2$  is possible. Difficulties within the pQCD approach are: firstly, at low  $Q^2$  higher twist effects become important and are not well known [9]. Secondly, the pQCD expansion loses its meaning as  $Q$  approaches  $\Lambda_{\text{QCD}}$  where, as a consequence of renormalization and regularization,  $\alpha_s^{\text{pQCD}}$  itself is singular. It is necessary to use an appropriate theoretical framework to circumvent these difficulties. Such frameworks have been developed, see for example [11] and [12]. We use the method of “effective charges” of Grunberg [13], where the non-perturbative terms and higher order perturbative processes are absorbed in the definition of the coupling constant. In our case, it obeys the following definition:

$$\Gamma_1^{p-n} \equiv \frac{1}{6} g_A \left[ 1 - \frac{\alpha_{s,g1}}{\pi} \right]. \quad (3)$$

Eq. (3) provides a definition of an effective QCD running coupling that we will explore here. The inherent systematic uncertainties in this experimental ansatz, and in those of the various theoretical approaches are unknown. Their comparison provides a framework for further analysis.

The coupling constant defined with Eq. (3) still obeys the renormalization group equation  $d\alpha_s(k)/d\ln(k) = \beta(\alpha_s(k))$  [13]. The first two terms in Eqs. (2) and (3) series are independent of the choice of gauge and renormalization scheme. Consequently, the effective coupling constant is renormalization scheme and gauge independent, but becomes process-dependent. These process-dependent coupling constants can be related by using “commensurate scale relations” which connect observables without renormalization scheme or scale ambiguity [14]. In this topic, an important relation is the Crewther relation [14,15].

Considering an effective coupling constant yields other advantages beside renormalization scheme/gauge independence: such a procedure improves perturbative expansions [13,14], the effective charge is analytic when crossing quark mass thresholds, is non-singular at  $Q = \Lambda_{\text{QCD}}$ , and is well defined at low  $Q^2$  [16]. The choice of defining the effective charge with Eq. (3) has unique advantages: Low  $Q^2$  data exist and near real photon data will be available soon from JLab [17,18]. Furthermore, sum rules constrain  $\alpha_{s,g1}$  at both low and high  $Q^2$  limits, as will be discussed in the next paragraph. Another advantage is that  $\Gamma_1^{p-n}$  is a quantity well suited to be calculated at any

$Q^2$  because of various cancellations that simplify calculations [9,19].

Using Eq. (3) and the JLab data,  $\alpha_{s,g1}$  can be formed. The elastic ( $x = 1$ ) contribution is excluded in  $\Gamma_1^{p-n}$ . The resulting  $\alpha_{s,g1}/\pi$  is shown in Fig. 1. Systematic effects dominate the uncertainties, see Ref. [9] for details. The uncertainty from  $g_A$  is small. We also used the world data of the Bjorken sum evaluated at  $\langle Q^2 \rangle = 5 \text{ GeV}^2$  to compute  $\alpha_{s,g1}/\pi$ . We can also use a model for  $\Gamma_1$  and, using Eq. (3), form  $\alpha_{s,g1}$ . We chose the Burkert–Ioffe model [20] because of its good match with the experimental data on moments of spin structure functions [1–9]. It is interesting to note the behavior of  $\alpha_{s,g1}$  near  $Q^2 = 0$  where it is constrained by the Gerasimov–Drell–Hearn (GDH) sum rule [21] that predicts the derivative of the Bjorken integral with respect to  $Q^2$  at  $Q^2 = 0$  [22]:

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{p-n} &= \frac{Q^2}{16\pi^2\alpha} (GDH^p - GDH^n) \\ &= -\frac{Q^2}{8} \left( \frac{\kappa_p^2}{M_p^2} - \frac{\kappa_n^2}{M_n^2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\kappa_p$  ( $\kappa_n$ ) is the proton (neutron) anomalous magnetic moment and  $\alpha$  is the QED coupling constant. This, in combination with Eq. (3), yields:

$$\frac{d\alpha_{s,g1}}{dQ^2} = -\frac{3\pi}{4g_A} \times \left( \frac{\kappa_n^2}{M_n^2} - \frac{\kappa_p^2}{M_p^2} \right). \quad (5)$$

The constraint is shown by the dashed line. At  $Q^2 = 0$  the Bjorken sum is zero and  $\alpha_{s,g1} = \pi$ , a particular property of the definition of  $\alpha_{s,g1}$ . At larger  $Q^2$ , where higher twist effects are negligible,  $\alpha_{s,g1}$  can be evaluated by estimating the right-hand side of Eq. (2) (using  $\alpha_s^{\text{pQCD}}$  as predicted by pQCD) and equating it to  $g_A[1 - \alpha_{s,g1}/\pi]/6$ . The resulting  $\alpha_{s,g1}$  is shown by the gray band.<sup>1</sup> The width of the band is due to the uncertainty in  $\Lambda_{\text{QCD}}$ . Finally  $\alpha_{s,F3}$  can be computed using data on the Gross–Llewellyn Smith sum rule [23], which relates the number of valence quarks in the hadron,  $n_v$ , to the structure function  $F_3(Q^2, x)$  measured in neutrino scattering. At leading twist, the GLS sum rule reads:

$$\begin{aligned} \int_0^1 F_3(Q^2, x) dx &= n_v \left[ 1 - \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 20.21 \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)^3 + \dots \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Using the data taken by the CCFR Collaboration [24], we can apply the same procedure as for the Bjorken sum rule to compute  $\alpha_{s,F3}$ . We expect  $\alpha_{s,F3} = \alpha_{s,g1}$  at large  $Q^2$ , since the leading twist  $Q^2$ -dependence of Eqs. (2) and (6) is identical up

<sup>1</sup> When forming  $\alpha_{s,g1}$  using the Bjorken sum rule (gray band), we obtain a renormalization scheme dependent quantity, which is in contradiction with our goal. In practice, however, at large  $Q^2$  and for high enough order in  $\alpha_s^{\text{pQCD}}$ , the renormalization scheme dependence is not significant, which is why, for example, we can compare meaningfully a measured (renormalization scheme independent) Bjorken sum to the (renormalization scheme dependent) pQCD prediction.

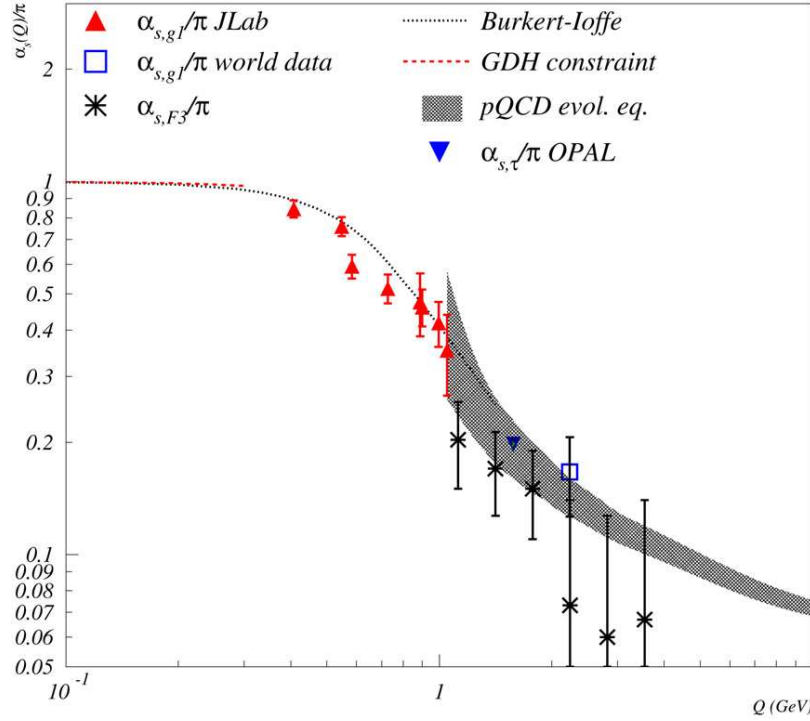


Fig. 1. (Color online.)  $\alpha_s(Q)/\pi$  obtained from JLab data (up triangles), the GLS sum result from the CCFR Collaboration [24] (stars), the world  $\Gamma_1^{p-n}$  data (open square), the Bjorken sum rule (gray band) and the Burkert–Ioffe model.  $\alpha_s(Q)/\pi$  derived using leading order commensurate scale relations and the  $\alpha_{s,\tau}(Q)/\pi$  from OPAL data is given by the reversed triangle. The dashed line is the GDH constraint on the derivative of  $\alpha_{s,g1}/\pi$  at  $Q^2 = 0$ .

to  $\alpha_s^3$ , up to a very small difference at order  $\alpha_s^3$  coming from the light-by-light contribution to the GLS sum.

In principle, the commensurate scale relations derived by Brodsky and Lu in Ref. [14] should be applied when comparing  $\alpha_{s,g1}$  to  $\alpha_{s,F3}$  (and  $\alpha_{s,\tau}$  in Fig. 1). In practice, however, the resulting corrections are small; the same scale is used in the  $\alpha_{s,g1}$  and  $\alpha_{s,F3}$  comparison and the correction from the light-by-light contribution decreases the value of  $\alpha_{s,F3}$  by at most 1%. These corrections were neglected. The commensurate scale relations should be used when comparing  $\alpha_{s,\tau}(Q)$  extracted from OPAL data on  $\tau$ -decay [16] to  $\alpha_{s,g1}$ . At leading order (the only order available since only one  $Q$  value of  $\alpha_{s,\tau}(Q)$  is available) the  $Q$  correction necessary to compare  $\alpha_{s,g1}$  to  $\alpha_{s,\tau}$  leads to a 20% change on the effective charge. Such  $Q$  correction was applied.

In summary, assuming the validity of the GDH and Bjorken sum rules for low and large  $Q^2$  respectively and using the JLab data at intermediate  $Q^2$ , we can evaluate  $\alpha_{s,g1}$  at any value of  $Q^2$ . The absence of divergence in  $\alpha_{s,g1}$  is obvious since it is defined from finite experimental data. It is interesting to notice that  $\alpha_{s,g1}$  loses its  $Q^2$ -dependence at low  $Q^2$ . This feature was suggested by the work of Brodsky et al. based on  $\tau$ -decay data [16] and by other theoretical works, as will be discussed below.

Many theoretical or phenomenological studies of  $\alpha_s$  at low- $Q^2$  are available. See [25,26] for reviews. The theoretical studies comprise Schwinger–Dyson Equations (SDE), lattice QCD, non-perturbative QCD vacuum, and analyticity arguments. Phenomenological studies are based on quark model spectroscopy, low- $x$ -low- $Q^2$  reactions, parametrization of nucleon and pion form factors, heavy quarkonia decay, and ratio of hadron pro-

duction cross section to  $\mu^+\mu^-$  production cross section in  $e^+e^-$  annihilation.

Similarly to experimental effective charges, different definitions of the strong coupling constant at low  $Q^2$  [27] are possible in the theoretical calculations. How they are related is not fully known. Furthermore, these calculations should be viewed as indications of the behavior of  $\alpha_s$  rather than strict predictions. Although some theoretical uncertainties due to parameterizations are shown, the existence of unknown systematic/model uncertainties should be borne in mind. However, it is interesting to compare the various calculations to our result to see whether they show common features.

In theory, solving the SDE equations can yield  $\alpha_s$ . In practice, approximations are necessary and choices of approximation lead to different values of  $\alpha_s$ . In the top panels and the bottom left panel of Fig. 2, we compare our data to different approaches [28–32]. The uncertainty in Cornwall’s result is due to the uncertainties in parameters that enter the calculation. The uncertainty on the Bloch curve is due to  $\Lambda_{\text{QCD}}$ . There is a good agreement between the absolute value obtained from the present ansatz and the results of Bloch [30] and Fisher et al. [29], while the results from Maris–Tandy [31] and Bhagwat et al. [32] do not agree as well. The older calculation from Cornwall [28] disagree with the result of our ansatz. The Godfrey and Isgur curve in the top right panel of Fig. 2 represents the coupling constant used in a quark model [33].

It is interesting to notice that the  $Q^2$ -dependence of  $\alpha_{s,g1}$  and the ones of the calculations are similar. A relative comparison reveals that the  $Q^2$ -dependence of the Godfrey–Isgur, Cornwall



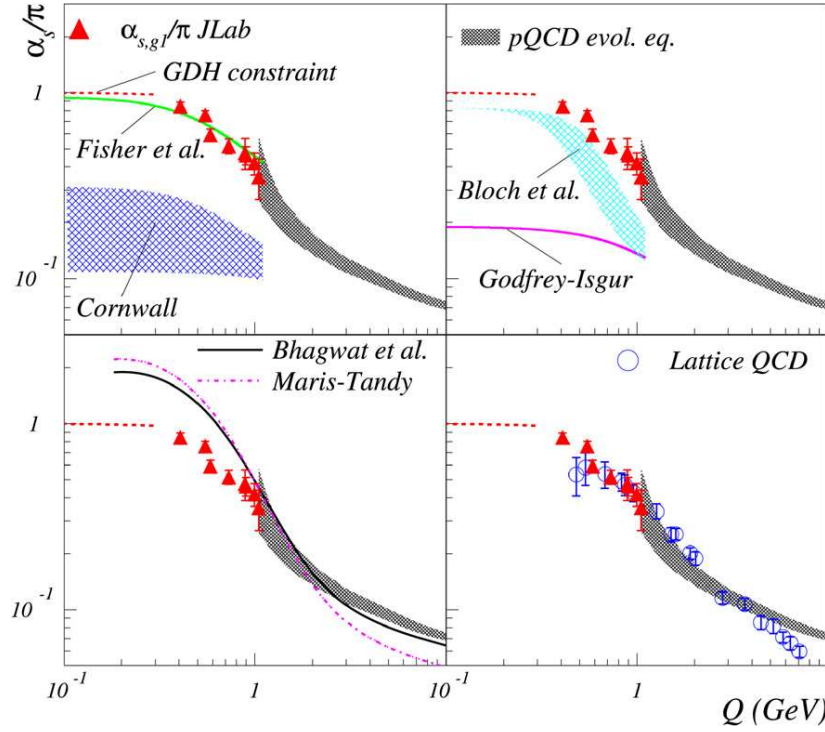


Fig. 2.  $\alpha_{s,g1}$  from JLab data and sum rules compared to various calculations: top left panel: SDE calculations from Fisher et al. and Cornwall; top right panel: Bloch et al. (SDE) and Godfrey–Isgur (quark model); bottom left: Maris–Tandy (SDE) and Bhagwat et al. (SDE); bottom right: Furui and Nakajima (lattice QCD).

and Fisher et al. results agree well with the data while the curves from Maris–Tandy, Bloch et al. and Bhagwat et al. are slightly below the data (by typically one sigma) for  $Q^2 > 0.6$  GeV.

One ansatz that has received recent theoretical attention for the QCD coupling at low  $Q^2$  is related to the product of the gluon propagator dressing function with the ghost propagator dressing function squared [29]. Gluon and ghost propagators have been computed in lattice QCD by many groups. The lattice results offer a fairly consistent picture [26] and agree reasonably with the various SDE propagator results [34]. It is calculated in particular in Refs. [26,35]. In the bottom right panel of Fig. 2, we compare  $\alpha_{s,g1}$  to the lattice result from Ref. [35]. We plot the lattice result that is believed to be closer to the continuum limit [36]. There is a good agreement between the lattice QCD calculations and our data.

To conclude, we have formed an effective strong coupling constant  $\alpha_{s,g1}$  at low  $Q^2$ . Data, together with sum rules, allow to obtain  $\alpha_{s,g1}$  at any  $Q^2$ . The connection between the Bjorken and the GDH sum rules yields a value of  $\alpha_{s,g1}$  equal to  $\pi$  at  $Q^2 = 0$ . An important feature of  $\alpha_{s,g1}$  is its loss of  $Q^2$ -dependence at low  $Q^2$ . We compared our result to other coupling constants from different reactions. They agree with each other, although they were defined from different processes. We also compared  $\alpha_{s,g1}$  to SDE calculations, lattice QCD calculations and a coupling constant used in a quark model. Although the relation between the various calculations is not well understood, the data and calculations agree in most cases especially when only considering  $Q^2$ -dependences. It will be interesting in the future to pursue the same analysis with lower  $Q^2$  data that will be available both for the neutron [17] and proton [18].

## Acknowledgements

We are grateful to S. Brodsky, S. Gardner, W. Melnitchouk and P. Tandy for helpful discussions. We thanks S. Furui and P.O. Bowman for sending us their lattice results.

This work was supported by the US Department of Energy (DOE). The Jefferson Science Associates (JSA) operates the Thomas Jefferson National Accelerator Facility for the DOE under contract DE-AC05-84ER40150.

## References

- [1] R. Fatemi, et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 222002.
- [2] J. Yun, et al., Phys. Rev. C 67 (2003) 055204.
- [3] M. Amarian, et al., Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 242301.
- [4] M. Amarian, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 022301.
- [5] J.D. Bjorken, Phys. Rev. 148 (1966) 1467.
- [6] J.R. Ellis, M. Karliner, Phys. Lett. B 341 (1995) 397; J.R. Ellis, E. Gardi, M. Karliner, M.A. Samuel, Phys. Lett. B 366 (1996) 268.
- [7] S.A. Larin, J.A.M. Vermaseren, Phys. Lett. B 259 (1991) 345.
- [8] K. Abe, et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 26; P.L. Anthony, et al., Phys. Lett. B 493 (2000) 19.
- [9] A. Deur, et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 212001.
- [10] G. Altarelli, et al., Nucl. Phys. B 496 (1997) 337.
- [11] S.J. Brodsky, hep-ph/0310289.
- [12] Yu.L. Dokshitzer, hep-ph/9812252.
- [13] G. Grunberg, Phys. Lett. B 95 (1980) 70; G. Grunberg, Phys. Rev. D 29 (1984) 2315; G. Grunberg, Phys. Rev. D 40 (1989) 680.
- [14] S.J. Brodsky, H.J. Lu, Phys. Rev. D 51 (1995) 3652; S.J. Brodsky, G.T. Gabadadze, A.L. Kataev, H.J. Lu, Phys. Lett. B 372 (1996) 133.

- [15] R.J. Crewther, *Phys. Lett.* 28 (1972) 1421.
- [16] S.J. Brodsky, S. Menke, C. Merino, J. Rathsmann, *Phys. Rev. D* 67 (2003) 055008.
- [17] J.P. Chen, A. Deur, F. Garibaldi, JLab experiment E97-110.
- [18] M. Battaglieri, A. Deur, R. De Vita, M. Ripani, JLab experiment E03-006.
- [19] V.D. Burkert, *Phys. Rev. D* 63 (2001) 097904.
- [20] V.D. Burkert, B.L. Ioffe, *Phys. Lett. B* 296 (1992) 223;  
V.D. Burkert, B.L. Ioffe, *J. Exp. Theor. Phys.* 78 (1994) 619.
- [21] S. Gerasimov, *Yad. Fiz.* 2 (1965) 598;  
S.D. Drell, A.C. Hearn, *Phys. Rev. Lett.* 16 (1966) 908.
- [22] M. Anselmino, et al., *Sov. J. Nucl. Phys.* 49 (1989) 136, *Yad. Fiz.* 49 (1989) 214;  
X. Ji, J. Osborne, *J. Phys. G* 27 (2001) 127;  
D. Drechsel, L. Tiator, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 54 (2004) 69.
- [23] D.J. Gross, C.H. Llewellyn Smith, *Nucl. Phys. B* 14 (1969) 337.
- [24] J.H. Kim, et al., *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998) 3595.
- [25] A.C. Aguilar, A. Mihara, A.A. Natale, *Phys. Rev. D* 65 (2002) 054011.
- [26] J.C.R. Bloch, A. Cucchieri, K. Langfeld, T. Mendes, *Nucl. Phys. B* 687 (2004) 76.
- [27] P.C. Tandy, private communication.
- [28] J.M. Cornwall, *Phys. Rev. D* 26 (1982) 1453.
- [29] C.S. Fischer, R. Alkofer, *Phys. Lett. B* 536 (2002) 177;  
C.S. Fischer, R. Alkofer, H. Reinhardt, *Phys. Rev. D* 65 (2002) 125006;  
R. Alkofer, C.S. Fischer, L. Von Smekal, *Acta Phys. Slov.* 52 (2002) 191.
- [30] J.C.R. Bloch, *Phys. Rev. D* 66 (2002) 034032.
- [31] P. Maris, P.C. Tandy, *Phys. Rev. C* 60 (1999) 055214.
- [32] Bhagwat, et al., *Phys. Rev. C* 68 (2003) 015203.
- [33] S. Godfrey, N. Isgur, *Phys. Rev. D* 32 (1985) 189.
- [34] A.C. Aguilar, A. Mihara, A.A. Natale, hep-ph/0208095.
- [35] S. Furui, H. Nakajima, hep-lat/0410038;  
S. Furui, H. Nakajima, *Phys. Rev. D* 70 (2004) 094504.
- [36] S. Furui, private communication.



Détermination d'une constante de couplage forte effective par les fonctions de structure en spin issues du CLAS et la correspondance AdS/CFT

# Determination of the effective strong coupling constant $\alpha_{s,g_1}(Q^2)$ from CLAS spin structure function data

A. Deur,<sup>1</sup> V. Burkert,<sup>1</sup> J.P. Chen,<sup>1</sup> W. Korsch<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Newport News, VA 23606*

<sup>2</sup>*University of Kentucky, Lexington, KY 40506*

## Abstract

*We present a new extraction of the effective strong coupling constant  $\alpha_{s,g_1}(Q^2)$ . The result agrees with a previous determination and extends the measurement of the low and high  $Q^2$  behavior of  $\alpha_{s,g_1}(Q^2)$  that was previously deduced from sum rules. In particular, it experimentally verifies the lack of  $Q^2$ -dependence of  $\alpha_{s,g_1}(Q^2)$  in the low  $Q^2$  limit. This fact is necessary for application of the AdS/CFT correspondence to QCD calculations. We provide a physics motivated parameterization of  $\alpha_{s,g_1}(Q^2)$  that can equivalently be used to parameterize the  $Q^2$ -dependence of the generalized Gerasimov-Drell-Hearn and Bjorken sums.*

PACS numbers: 12.38.Qk, 11.55.Hx

In Quantum Chromodynamics (QCD), the gauge theory of the strong force, the magnitude of the coupling is given by the running coupling constant  $\alpha_s$ . Perturbative QCD calculations lead to an infinite coupling at large distances. However, many calculations, including lattice QCD or solving Dyson-Schwinger equations, indicate that  $\alpha_s$  remains finite, see e.g. [1] for a review. Most of these theoretical results also predict that  $\alpha_s$  loses its scale dependence at large distances (“freezing” of  $\alpha_s$ ) although there is still no firm consensus, see e.g. the new calculations [2] and [3] (the first result indicates that breaking of chiral symmetry causes  $\alpha_s$  to be divergent at large distances while the second confirms previous results of the freezing of  $\alpha_s$ ). Recently, an effective strong coupling constant,  $\alpha_{s,g_1}$ , has been extracted [4] from experimental data on the Bjorken sum [5]. It is indicative of the freezing of  $\alpha_{s,g_1}$ . When the data are complemented with the generalized Gerasimov-Drell-Hearn (GDH) sum rule [7] and the generalized Bjorken sum rule [6] predictions, the behavior of  $\alpha_{s,g_1}$  can be established at any distance. Although the connection among the various theoretical techniques used to compute  $\alpha_s$  at large distances is unclear, most results exhibit analog behavior and order of magnitude. Likewise, the connection between the experimental results reported in [4] and theoretical techniques is not fully known but they display intriguing similarities. Remarkably, the  $Q^2$  behavior of these calculations and of the data agree. In this paper, we present new results for  $\alpha_{s,g_1}$  over an extended  $Q^2$  range. We then propose a physics-motivated parameterization of  $\alpha_{s,g_1}$  and finally discuss briefly the consequences of the behavior seen for  $\alpha_{s,g_1}$ .

We have extracted new data points on  $\alpha_{s,g_1}$  following the procedure described in [4] and based on the theoretical works of [8, 9]. The advantages and limitations of such extraction are discussed in [4]. The new data used to extract  $\alpha_{s,g_1}$  were taken with the CLAS spectrometer [10] in Hall B at Jefferson Lab (JLab), using a polarized electron beam with energies ranging from 1 to 6 GeV. The data are reported in [12] and were used to form the Bjorken sum  $\Gamma_1^{p-n}(Q^2)$  in a  $Q^2$ -range from 0.06 to 2.92 GeV<sup>2</sup> [13]. Here,  $Q^2$  is the square of the four-momentum transferred from the electron to the target. Apart from the extended  $Q^2$ -coverage, one notable difference between these data and those of ref. [5] is that the neutron information originates from the longitudinally polarized deuteron target of CLAS while the previous data resulted from the longitudinally and transversally polarized <sup>3</sup>He

target of JLab's Hall A [11]. The effective coupling  $\alpha_{s,g_1}/\pi$  is extracted using the relation:

$$\alpha_{s,g_1} = \pi \left( 1 - \frac{6\Gamma_1^{p-n}}{g_A} \right) \quad (1)$$

where  $g_A$  is the nucleon axial charge. The results are shown in Fig. 1. The inner error bars represent the statistical uncertainties whereas the outer ones are the quadratic sum of the statistical and systematic uncertainties. Also plotted in the figure are the first data on  $\alpha_{s,g_1}$  from [4] and from the world data of the Bjorken sum evaluated at  $\langle Q^2 \rangle = 5$  GeV<sup>2</sup>,  $\alpha_{s,F_3}$  from the Gross-Llewellyn Smith (GLS) sum rule [16] measured by the CCFR collaboration [17], and  $\alpha_{s,\tau}$  [18]. See [4] for details. The behavior of  $\alpha_{s,g_1}$  is given near  $Q^2 = 0$  by the generalized GDH sum rule and at larger  $Q^2$ , where higher twist effects are negligible, by the Bjorken sum rule generalized to account for pQCD radiative corrections. These predictions are shown by the dashed line and the band, respectively, but they were not used in our analysis. The width of the band is due to the uncertainty on  $\Lambda_{QCD}$ .

The values for  $\alpha_{s,g_1}$  from the new data are in good agreement with the older JLab data. While the previous data were suggestive, the freezing of  $\alpha_{s,g_1}$  at low  $Q^2$  is now unambiguous and in good agreement with the GDH sum prediction. At larger  $Q^2$ , the new data agree with the world data and the results from the Bjorken sum rule at leading twist.

We fit the data using a functional form that resembles the pQCD evolution equation for  $\alpha_s$ , with an additional term  $m_g(Q)$  that prevents  $\alpha_{s,g_1}^{fit}$  from diverging when  $Q^2 \rightarrow \Lambda^2$  and another term  $n(Q)$  that forces  $\alpha_{s,g_1}^{fit}$  to  $\pi$  when  $Q^2 \rightarrow 0$ . Note that the latter constraint is a consequence of both the generalized GDH and Bjorken sum rules [4]. Our fit form is:

$$\alpha_{s,g_1}^{fit} = \frac{\gamma n(Q)}{\log\left(\frac{Q^2 + m_g^2(Q)}{\Lambda^2}\right)} \quad (2)$$

where  $\gamma = 4/\beta_0 = 12/(33 - 8)$ ,  $n(Q) = \pi(1 + [\frac{\gamma}{\log(m^2/\Lambda^2)(1+Q/\Lambda)-\gamma} + (bQ)^c]^{-1})$  and  $m_g(Q) = (m/(1 + (aQ)^d))$ . The fit is constrained by the data and the GDH and Bjorken sum rules at intermediate, low and large  $Q^2$  respectively. The values of the parameters minimizing the  $\chi^2$  are:  $\Lambda = 0.349 \pm 0.009$  GeV,  $a = 3.008 \pm 0.081$  GeV<sup>-1</sup>,  $b = 1.425 \pm 0.032$  GeV<sup>-1</sup>,  $c = 0.908 \pm 0.025$ ,  $m = 1.204 \pm 0.018$  GeV,  $d = 0.840 \pm 0.051$  for a minimal reduced  $\chi^2$  of 0.84. The inclusion of the systematic uncertainties in the fit explains why the reduced  $\chi^2$  is smaller than 1. The term  $m_g(Q)$  has been interpreted within some of the Schwinger-Dyson calculations as an effective gluon mass [20]. Eqs. 2 and 1 can also be used to parameterize the generalized Bjorken and GDH sums.

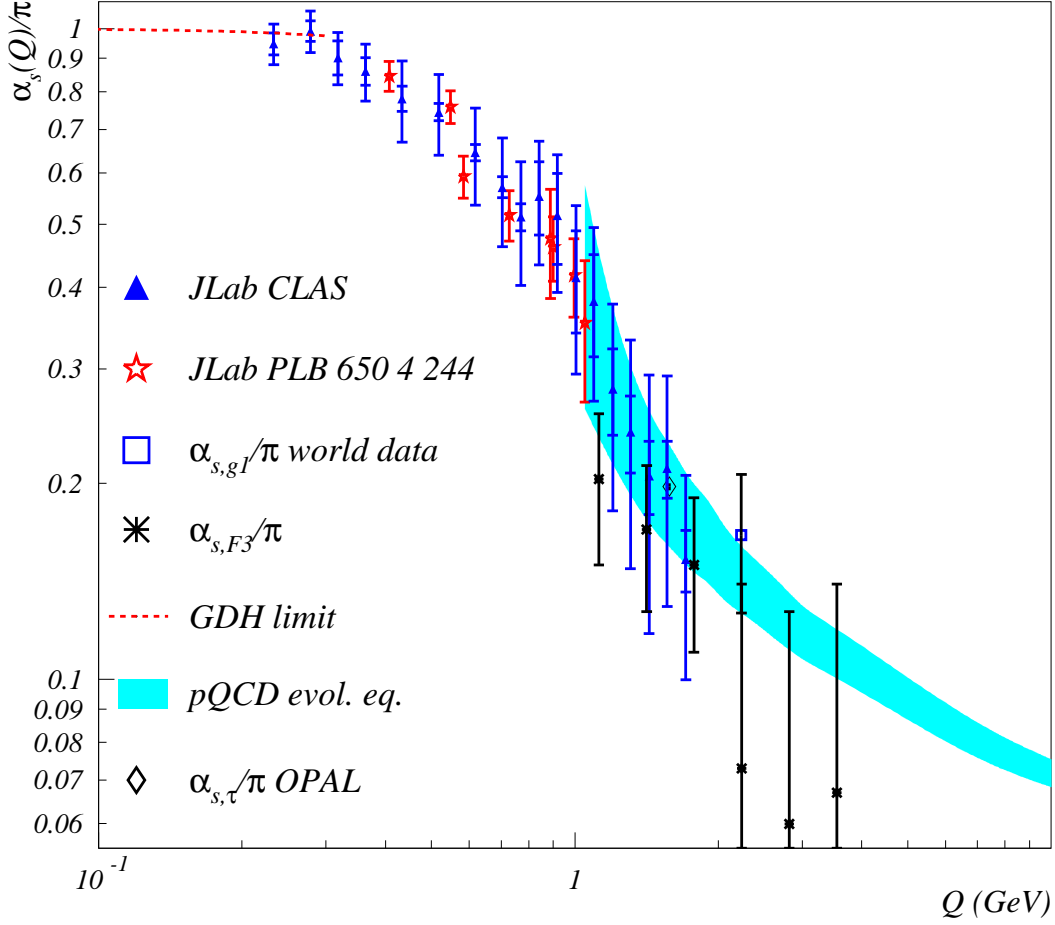


FIG. 1: (color online)  $\alpha_{s,g1}(Q)/\pi$  obtained from JLab (triangles and open stars) and world (open square) data on the Bjorken sum. Also shown are  $\alpha_{s,\tau}(Q)/\pi$  from OPAL data, the GLS sum result from the CCFR collaboration (stars) and  $\alpha_{s,g1}(Q)/\pi$  from the Bjorken (band) and GDH (dashed line) sum rules.

The fit result is shown in Fig 2. We also include some of the theoretical calculations available on  $\alpha_s$  (Lattice results and curves labeled Cornwall, Bloch *et al.*, Godfrey-Isgur, Fischer *et al.*, Bhagwat *et al.* and Maris-Tandy). Finally, we show the  $\alpha_{s,g1}$  formed using a phenomenological model of polarized lepton scattering off polarized nucleons (Burkert-Ioffe). These calculations are discussed in [4]. We emphasize that the relation between these results is not fully known and that they should be considered as indications of the behavior of  $\alpha_s$  rather than strict predictions.

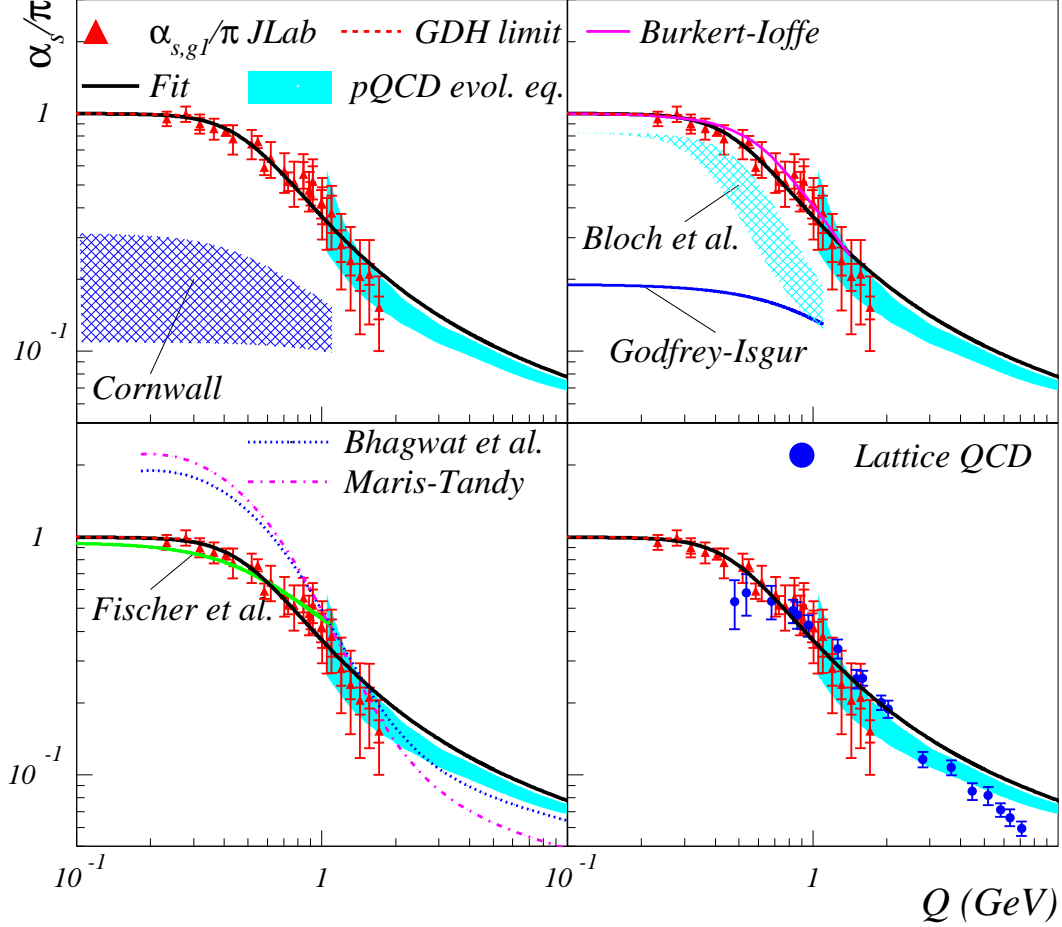


FIG. 2: (color online) The effective coupling constant  $\alpha_{s,g_1}$  extracted from JLab data, from sum rules, and from the phenomenological model of Burkert and Ioffe [19]. The black curve is the result of the fit discussed in the text. The calculations on  $\alpha_s$  are: top left panel: Schwinger-Dyson calculations Cornwall [20]; top right panel: Schwinger-Dyson calculations from Bloch *et al.* [22] and  $\alpha_s$  used in the quark model of Godfrey-Isgur [25]; bottom left: Schwinger-Dyson calculations from Maris-Tandy [23], Fischer *et al.* [21] and Bhagwat *et al.* [24]; bottom right: Lattice QCD results from Furui and Nakajima [27].

The data show that  $\alpha_{s,g_1}$  loses its  $Q^2$ -dependence both at large and small  $Q^2$ . The  $Q^2$ -scaling at large  $Q^2$  is long known and is the manifestation of the asymptotic freedom of QCD [28]. The absence of  $Q^2$ -dependence at low  $Q^2$  has been conjectured and observed by many calculations but this is the first experimental evidence. This lack of scale dependence

(conformal behavior) at low  $Q^2$  shows that conformal field theories might be applicable to study the properties of hadrons. In particular the AdS/CFT correspondence [29] between strongly coupled gauge fields and weakly coupled string states can be used. This opens promising opportunities for calculations in the non-perturbative regime of QCD [30, 31, 32].

Finally, it is noteworthy that conformal behavior is broken in the  $Q^2$ -range between  $\approx 0.7$  to a few  $\text{GeV}^2$ . This domain is the transition region between the fundamental degrees of freedom of QCD (partons) to its effective ones (hadrons).

To summarize, we have used new JLab data on the Bjorken sum to form the effective strong coupling constant  $\alpha_{s,g_1}$ . The  $Q^2$ -range is extended by factors of 3 in both the small and large  $Q^2$  sides compared to results previously reported. The results are in good agreement with sum rule predictions and show for the first time unambiguously that  $\alpha_{s,g_1}$  loses its  $Q^2$  dependence at low  $Q^2$ . We provided an analytic form for  $\alpha_{s,g_1}$  (or equivalently for the generalized GDH and Bjorken sums) based on the pQCD result for  $\alpha_s$  and including the sum rule constraints at small and large  $Q^2$ . It appears that strong interaction is approximately conformal in both the large and small  $Q^2$  limits. We remarked that conformal behavior breaks down when transiting from the fundamental degrees of freedom of QCD (quarks and gluons) to its effective ones (baryons and mesons). Establishing conformal behavior of strong interaction is a basic step in applying the AdS/CFT correspondence to the study of hadronic matter.

This work was supported by the U.S. Department of Energy (DOE). The Jefferson Science Associates (JSA) operates the Thomas Jefferson National Accelerator Facility for the DOE under contract DE-AC05-84ER40150.

- 
- [1] C. S. Fischer, J. Phys. **G32** R253 (2006)
  - [2] C. S. Fischer, R. Alkofer, F. J. Llanes-Estrada and K. Schwenzer, arXiv:0710.1915
  - [3] A. C. Aguilar, D. Binosi and J. Papavassiliou, arXiv:0802.1870
  - [4] A. Deur, V. Burkert, J.P. Chen, W. Korsch, Phys. Lett. **B 650** 4 244 (2007)
  - [5] A. Deur *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93** 212001 (2004)
  - [6] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966)
  - [7] S. Gerasimov, Yad. Fiz. 2 598 (1965). S. D. Drell and A. C. Hearn, Phys. Rev. Lett. **16** 908

- (1966); X. Ji and J. Osborne, J. Phys. G**27** 127 (2001); D. Drechsel and L. Tiator, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **54** 69 (2004)
- [8] G. Grunberg, Phys. Lett. **B95** 70 (1980); Phys. Rev. **D29** 2315 (1984); Phys. Rev. **D40**, 680 (1989)
- [9] S. J. Brodsky and H. J. Lu, Phys. Rev. **D51** 3652 (1995); S.J. Brodsky, G.T. Gabadadze, A.L. Kataev and H.J. Lu, Phys. Lett. **B372** 133 (1996)
- [10] B. Mecking, *et al.* NIM A 503/3, 513 (2003)
- [11] J. Alcorn, *et al.* NIM A 522/3, 171 (2004)
- [12] Y. Prok *et al.* arXiv:0802.2232
- [13] A. Deur *et al.* arXiv:0802.3198
- [14] M. Amarian *et al.* Phys. Rev. Lett. **92** 022301 (2004)
- [15] K. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79** 26 (1997); P.L. Anthony *et al.*, Phys. Lett. **B493** 19 (2000)
- [16] D. J. Gross and C. H. Llewellyn Smith, Nucl. Phys **B14** 337 (1969)
- [17] J. H. Kim *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81** 3595 (1998)
- [18] S. J. Brodsky, S. Menke, C. Merino and J. Rathsmann, Phys. Rev. **D67** 055008 (2003)
- [19] V. D. Burkert, B. L. Ioffe, Phys. Lett. **B296** 223 (1992); J. Exp. Theor. Phys. 78 619 (1994)
- [20] J. M. Cornwall, Phys. Rev. **D26** 1453 (1982)
- [21] C. S. Fischer and R. Alkofer, Phys. Lett. **B536** 177 (2002); C. S. Fischer, R. Alkofer and H. Reinhardt, Phys. Rev. **D65** 125006 (2002); R. Alkofer, C. S. Fischer and L. Von Smekal, Acta Phys. Slov. **52** 191 (2002)
- [22] J. C. R. Bloch, Phys. Rev. **D66** 034032 (2002)
- [23] P. Maris and P. C. Tandy, Phys. Rev. **C60** 055214 (1999)
- [24] Bhagwat *et al.*, Phys. Rev. **C68** 015203 (2003)
- [25] S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev. **D32** 189 (1985)
- [26] A. C. Aguilar, A. Mihara, A. A. Natale, hep-ph/0208095
- [27] S. Furui and H. Nakajima, Phys. Rev. **D70** 094504 (2004)
- [28] D. J. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** 1343 (1973); H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30** 1346 (1973).
- [29] J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. 2 252 (1998); Int. J. Theor. Phys. **38** 1113 (1999).
- [30] S. J. Brodsky and G. F. de Teramond, Phys. Rev. Lett **94** 201601 (2005); Phys. Rev. Lett. **96** 201601 (2006).



- [31] J. Polchinski and M. J. Strassler, Phys. Rev. Lett **88** 031601 (2002); JHEP **0305** 012 (2003);
- [32] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, Phys. Rev. **D74** 015005 (2006).

# Bibliography

- [1] K Abe et al, Phys. Rev. **D 58**,112003 (1998).
- [2] K Abe et al, Phys. Rev. Lett. **79**, 26 (1997).
- [3] K Abe et al, Phys. Lett. **B 404**, 377 (1997).
- [4] A Abragam et M Goldman, Rep. Prog. Phys. **41** 396 (1978).
- [5] K Ackerstaff et al, Phys. Lett. **B 404**, 383 (1997).
- [6] K Ackerstaff et al, Phys. Lett. **B 444**, 531 (1998).
- [7] I V Akushevich et N M Shumeiko, J. Phys. **G 20**, 513 (1994).
- [8] K Abe et al, Phys. Rev. **D 58** 112003 (1998).
- [9] M Arneodo et al, Phys. Lett. **B 364**, 107 (1995).
- [10] J Ahrens et al, Phys. Rev. Lett. **87**, 022003 (2001).
- [11] A Airapetian, et al, Phys. Lett. **B 442**, 484 (1998).
- [12] M J Alguard et al, Phys. Rev. Lett. **37**, 1261 (1976).
- [13] M J Alguard et al, Phys. Rev. Lett. **41**, 70 (1976).
- [14] M Amarian et al, Phys. Rev. Lett. **89**, 242301 (2002).
- [15] M Amarian et al, Phys. Rev. Lett. **92**, 022301 (2004).
- [16] M Amarian et al, Phys. Rev. Lett. **93**, 152301 (2004).
- [17] A Amroun et al, Nuc. Phys. A **579** 596, (1994).
- [18] M Anselmino, B L Ioffe, et E Leader, Sov. J. Nucl. Phys. **49**, 136 (1989).
- [19] P L Anthony et al, Phys. Rev. **D 54**, 6620 (1996).

- [20] P L Anthony, et al, Phys. Lett. **B 493**, 19 (2000).
- [21] P L Anthony, et al, Phys. Lett. **B 458**, 529 (1999).
- [22] P L Anthony et al, Phys. Lett. **B 553**, 18 (2003).
- [23] J Ashman et al, Phys. Lett. **B 206**, 364 (1988).
- [24] H Avakian, S J Brodsky, A Deur et F Yuan, Phys Rev Lett **99** 082001 (2007).
- [25] I I Balitsky, V M Braun et AV Kolesnichenko, Phys. Lett. **B 242**, 245 (1990); Erratum-  
ibid **B 318**, 648 (1993).
- [26] S Bass et M M Brisudova Eur Phys J. **A4** 251 (1999).
- [27] T H Bauer, R D Spital, et D R Yennie et F M Pipkin. Rev. Mod. Phys. **50**, 261 (1978).
- [28] V Bernard, N Kaiser et U Meissner, . Phys Rev **D 48**, 3062 (1993).
- [29] V Bernard, T Hemmert et Ulf-G Meissner, Phys. Lett. **B 545**, 105 (2002).
- [30] V Bernard, T Hemmert et Ulf-G Meissner, Phys. Rev. **D 67**, 076008 (2003).
- [31] C Bernet, comptes rendus DIS2005 (2005), Madison, Wisconsin, AIP Conf. Proc. (2005).
- [32] Bhagwat et al, Phys Rev **C68** 015203 (2003)
- [33] N Bianchi et E Thomas, Nucl. Phys. **B 82** (Proc. Suppl.), 256 (2000).
- [34] voir par exemple la présentation de N Bianchi à Pacific-SPIN07.
- [35] J D Bjorken et S D Drell, “Relativistic Quantum Fields”, McGraw Hill, New York (1965).
- [36] J D Bjorken, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966).
- [37] J D Bjorken and E A Paschos, Phys. Rev. **185**, 1975 (1969).
- [38] J C R Bloch, Phys Rev **D66** 034032 (2002).
- [39] E D Bloom et F J Gilman, Phys. Rev. D **4**, 2901 (1971).
- [40] J Blümlein et A Tkabladze, Phys. Lett **B 553**, 427 (1999).
- [41] J Blümlein et H Boettcher, Nucl Phys **636**, 225 (2002).

- [42] A Bodek et al, Phys Rev Lett **30**, 1087 (1973); E M Riordan et al, Phys Rev Lett **33**, 561 (1974); J S Poucher et al, Phys Rev Lett **32** 118 (1974).
- [43] C Boros et A W Thomas, Phys Rev **D 60** 074017 (1999)
- [44] P E Bosted et al, Phys Rev **C 75** 035203 (2007).
- [45] C Bourrely, J Soffer et F Buccella, Eur Phys J **C 23**, 487 (2002)
- [46] S J Brodsky et G R Farrar, Phys Rev D **11**, 1309 (1975).
- [47] S J Brodsky M Burkardt et I Schmidt, Nucl Phys Rev **B441**, 197 (1995).
- [48] S J Brodsky et H J Lu, Phys Rev **D 51** 3652 (1995); S J Brodsky, G T Gabadadze, A L Kataev et H J Lu, Phys Lett **B372** 133 (1996); voir aussi S J Brodsky, hep-ph/0310289 S J Brodsky, S Menke, C Merino et J Rathsman, Phys Rev **D67** 055008 (2003).
- [49] S J Brodsky et G F de Teramond, Phys Rev Lett **94**, 201601 (2005); Phys Rev Lett **96**, 201601 (2006).
- [50] V Burkert et Z. Li, Phys. Rev **D 47**, 46 (1993).
- [51] V D Burkert et B L Ioffe, Phys. Lett. **B 296**, 223 (1992); J. Exp. Theor. Phys. **78**, 619 (1994).
- [52] V D Burkert, Phys. Rev. **D 63**, 097904 (2001).
- [53] V D Burkert, T S H. Lee. Int. J. Mod. Phys. E**13** 1035 (2004).
- [54] H Burkhardt et W N Cottingham, Ann. Phys. (N.Y.) **56**, 453 (1970).
- [55] C G Callan et D Gross, Phys. Rev. Lett. **22** 156 (1969).
- [56] J-P Chen, A Deur et Z-E Meziani. Mod. Phys. Lett. A**20** 2745 (2005).
- [57] C Ciofi degli Atti et S Scopetta, Phys. Lett. **B 404**, 223 (1997).
- [58] CLAS collaboration: B. A. Mecking et al, Nucl. Inst. Meth. **A503**, 513 (2003).
- [59] F Close, Phys Lett **B43** 422 (1973); Nucl Phys B**80**, 269 (1974); An introduction to Quarks et Partons, Page 197, Academic Press, New Yor, 1979.
- [60] F E Close et R G Roberts (Rutherford) Phys Lett **B316** 165 (1993)
- [61] F E Close et W. Melnitchouk, Phys Rev **C 68**, 035210 (2003)
- [62] COMPASS Collaboration. V Yu Alexakhin et al, Phys Lett **B647** 8 (2007).

- [63] J M Cornwall, Phys Rev **D26** 1453 (1982).
- [64] D G Crabb et W Meyer, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **47**, 67 (1997).
- [65] R J Crewther, Phys. Lett. **28** 1421 (1972).
- [66] A Deshpande, comptes rendus DIS2005 (2005), Madison, Wisconsin, AIP Conf. Proc. (2005).
- [67] A Deur, thèse de doctorat, université Blaise Pascal, 2000.
- [68] A Deur et al, Phys Rev Lett **93**, 212001 (2004).
- [69] A Deur, nucl-exp/0508022 (2005).
- [70] A Deur, hep-ph/0509188 (2005).
- [71] A Deur, G Dodge, K Slifer et la collaboration CLAS. Proposition d'expérience E06-017 (groupe d'expériences EG4.
- [72] A Deur, V Burkert, J-P Chen, W Korsch, Phys Lett **B 650** 4 244 (2007).
- [73] A Deur, JLab rapport <http://tnweb.jlab.org/tn/2008/08-001.pdf> (2008).
- [74] A Deur et al. arXiv:0802.3198. Donné en annexe 3 de ce document.
- [75] A Deur, V Burkert, J-P Chen, W Korsch. arXiv:0803.4119. Donné en annexe 5 de ce document.
- [76] K V Dharmawardane et al, Phys. Lett. **B 641**, 11 (2006)
- [77] P Djawotho, thèse de doctorat, College of William and Mary, 2002.
- [78] T W Donnelly et A S Raskin. Annals of Physics **169**, 247, (1986).
- [79] D Drechsel, S S Kamalov et L Tiator; Nucl. Phys. **A645** 145 (1999); D. Drechsel, S.S. Kamalov, et L. Tiator, Phys. Rev. **D 63**, 114010 (2001).
- [80] D Drechsel, S S Kamalov et L Tiator, Phys. Rev. **D 63**, 114010 (2001).
- [81] D Drechsel, B Pasquini et M Vanderhaeghen, Phys. Rep. **378**, 99 (2003).
- [82] D Drechsel et L Tiator, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **54**, 69 (2004).
- [83] S D Drell et A C Hearn, Phys. Rev. Lett. **16**, 908 (1966).
- [84] H Dutz et al, Phys. Rev. Lett. **91**, 192001 (2003).

- [85] H Dutz et al, Phys. Rev. Lett. **93**, 032003 (2004).
- [86] J Ellis et R L Jaffe, Phys. Rev. **D 9**, 1444 (1974); *ibid.*, **D 10**, 1669 (1974).
- [87] G R Farrar et D R Jackson, Phys Rev Lett **35** 1416 (1975).
- [88] R P Feynman et A R Hibbs, Quantum Physics and Path Integrals, New York: McGraw-Hill, 1965.
- [89] R P Feynman, Proceedings of the 3rd Topical Conference on High Energy Collision of Hadrons, Stony Brook, N. Y. (1969); R P Feynman, Photon Hadron Interactions Benjamin Reading MA (1972).
- [90] Voir par exemple B W Filippone et X Ji, Adv. Nucl. Phys. **26**, 1 (2001).
- [91] C S Fischer et R. Alkofer, Phys Lett **B536** 177 (2002); C S Fischer, R Alkofer et H Reinhardt, Phys Rev **D65** 125006 (2002); R Alkofer, C S Fischer et L Von Smekal, Acta Phys Slov **52** 191 (2002).
- [92] H Fonvieille. La nature de la sonde électromagnétique. Lectures données à l'Ecole Joliot-Curie. Maubuisson 1992.
- [93] S Furui et H Nakajima, Phys Rev **D70** 094504 (2004).
- [94] S B Gerasimov, Sov. J. Nucl. Phys. **2**, 598 (1965).
- [95] M Gockeler et al, Phys Rev **D 53**, 2317, (1996); Phys Rev **D 63**, 074506, (2001).
- [96] S Godfrey et N Isgur, Phys Rev **D32** 189 (1985).
- [97] S G Gorishny, A L Kataev et S A Larin, Phys. Lett. **B259** , 144 (1991); L R Surguladze et M A Samuel, Phys. Rev. Lett. **66**, 560 (1991); **66**, 2416(E) (1991); S A Larin, F V Tkachov et J A M Vermaseren, Phys. Rev. Lett. **66**, 862 (1991); S A Larin et J A M Vermaseren, Phys. Lett. **B259**, 345 (1991).
- [98] V N Gribov et L N Lipatov. Sov J Nucl Phys **15** 438 (1972); G Altarelli et G Parisi. Nucl. Phys. **B126** 298,(1977); Yu L Dokshitzer. Sov Phys JETP, **46** 641 (1977).
- [99] D J Gross et C H Llewellyn Smith, Nucl Phys **B14** 337 (1969).
- [100] D J Gross, F Wilczek, Phys Rev Lett **30** 1343 (1973); H D Politzer, Phys Rev Lett **30** 1346 (1973).
- [101] F Gross. Electromagnetic Studies in Nuclei. CEBAF PR85-003. (1985).
- [102] G.Grunberg, Phys Lett **B 95** 70 (1980); Phy Rev **D 29** 2315 (1984); Phys Rev **D 40**, 680 (1989).

- [103] P A M Guichon et M Vanderhaeghen, Phys. Rev. Lett. **91**, 142303 (2003).
- [104] B L Ioffe, Nucl Phys **B 188** 318 (1981);(E) **B 191** 591 (1981).
- [105] N Isgur, Phys Rev **D 59**, 034013 (1999).
- [106] Hall A collaboration: J. Alcorn et al, Nucl. Inst. Meth. **A522**, 294 (2004).
- [107] R L Jaffe et Xiangdong Ji, Phys Rev **D 43**, 724, (1991).
- [108] J S Jensen, thèse de doctorat, California Institute of Technology, 2000.
- [109] X Ji et P Unrau, Phys Lett **B 333**, 228 (1994).
- [110] X Ji, Phys. Rev. Lett. **78**, 610 (1997).
- [111] A Kataev, Phys. Rev. **D50** R5469 (1994)
- [112] P Maris et P C Tandy, Phys Rev **C60** 055214 (1999)
- [113] X Ji et W Melnitchouk, Phy Rev **D 56**,1 (1997).
- [114] X Ji, C. Kao et J Osborne, Phys. Lett. B **472**, 1 (2000).
- [115] X Ji, C-W Kao et J Osborn. Phys. Rev. **D 61**, 074003 (2000).
- [116] X Ji et J Osborne, J. of Phys. G **27**, 127 (2001).
- [117] C W Kao, T Spitzenberg et M Vanderhaeghen, Phys. Rev. **D 67**, 016001 (2003).
- [118] C D Keith et al, Nucl. Inst. Meth. A **501**, 327 (2003).
- [119] J H Kim et al, Phys Rev Lett **81** 3595 (1998).
- [120] I Kominis, thèse de doctorat, Princeton University, 2001.
- [121] S A Kulagin et W Melnitchouk communication privée.
- [122] N I Kochelev, Phys Rev **D 57** 5539 (1998)
- [123] K Kramer et al, Phys. Rev. Lett. **95** 142002 (2005)
- [124] K Kramer. Thèse de doctorat. College of William and Mary, 2003.
- [125] R de L Kronig, On the theory of the dispersion of X-rays, J. Opt. Soc. Am., vol. 12, pp. 547-557 (1926); H A Kramers, La diffusion de la lumiere par les atomes, Atti Cong. Intern. Fisica, (Transactions of Volta Centenary Congress) Como, vol. 2, p. 545-557 (1927).

- [126] E Leader, A V Sidorov et D B Stamenov, Eur Phys **J C** **23**, 479 (2002) Phys Rev **D** **73** (2006) 034023 (2006).
- [127] E Leader, A V Sidorov, D B Stamenov, Phys Rev **D** **75** 074027 (2007)
- [128] N-Y Lee, K Goeke et C Weiss, Phys Rev **D** **65**, 054008 (2002).
- [129] P Lepage. hep-Lat/0506036 (2005).
- [130] Y Liang et al, nucl-ex/0410027.
- [131] F E Low, Phys Rev **96**, 1428 (1954).
- [132] J M Maldacena Adv Theor Math Phys **2** 252 (1998); Int J Theor Phys **38** 1113 (1999).
- [133] A V Manohar. Introduction to Spin Dependent Deep Inelastic Scattering. UCSD/PTH 92-10. 1992.
- [134] M Mazouz et al, en soumission à Phys Rev Lett (nucl-ex arXiv: 0709.0450)
- [135] W Melnitchouk, R. Ent et C. Keppel, Phys. Rept. **406**, 127 (2005).
- [136] P Mergell, Ulf-G Meissner et D Drechsel, Nucl. Phys. **A** **596**, 367 (1996).
- [137] Z-E Meziani et al, Phys Lett **B** **613**, 148 (2005).
- [138] R Minehart. Note d'analyse de CLAS 2007.
- [139] L W Mo et Y S Tsai, Rev Mod Phys **41**, 205 (1969).
- [140] F Myhrer, A W Thomas, arXiv:0709.4067v1 (2007)
- [141] I Niculescu, Phys Rev Lett **85** 1182 (2000).
- [142] M Osipenko et al, Phys Lett **B** **609**, 259 (2005).
- [143] M Osipenko, communication privée.
- [144] V Pandaripande. Proc 10th NIKHEF miniconference. Ed H Blok, E Jans et J Van der Steenhoven. 1999.
- [145] Y Prok et al. Submitted to Phys. Rev. Lett. (2008)
- [146] J Pumplin et al. JHEP07(2002)012. Voir également H.L. Lai et al, hep-ph/0702268.
- [147] R G Roberts, The structure of the proton. Cambridge Univ. Press. (1990).



- [148] H J Rothe, Lattice Gauge Theories: An Introduction. World Scientific Lecture Notes in Physics. 2005.
- [149] The Science Driving the 12 GeV Upgrade of CEBAF,  
[http://www.jlab.org/div\\_dept/physics\\_division/GeV.html](http://www.jlab.org/div_dept/physics_division/GeV.html).
- [150] E V Shuryak et A I Vainshtein, *Nucl. Phys.* **B 201**, 141 (1982).
- [151] A V Sidorov et C Weiss, Phys Rev **D 73**, 074016 (2006).
- [152] K J Slifer, thèse de doctorat, Temple University, 2004.
- [153] K J Slifer et al, arXiv:0803.2267 (2008).
- [154] SMC collaboration: D. Adams et al, Phys. Lett. **B 329**, 399 (1994).
- [155] SMC collaboration: D. Adams et al, Phys. Lett. **B 357**, 248 (1995).
- [156] SMC collaboration: D. Adams et al, Phys. Lett. **B 396**, 338 (1997).
- [157] SMC collaboration: D. Adeva et al, Phys. Lett. **B 302**, 533 (1993).
- [158] SMC collaboration: D. Adeva et al, Phys. Lett. **B 412**, 414 (1997).
- [159] J Soffer. Phys. Rev. Lett. **74** 1292 (1995). Voir aussi hep-ph/9906455.
- [160] J Soffer et O V Teryaev, Phys. Rev. **D 70**, 116004 (2004).
- [161] P Solvignon, thèse de doctorat, Temple University, 2006.
- [162] P Solvignon. Publication soumise à Phys Rev Lett arXiv:0803.3845.
- [163] E Stein, P Gornicki, L Mankiewicz et A Schäfer, Phys Lett **B 353**, 107 (1995).
- [164] M Stratmann, Z Phys **C 60** 763 (1993).
- [165] V Sulkosky, thèse de doctorat, College of William and Mary, 2007.
- [166] R E Taylor. Proc. of 4th Int. Symp. on Electron and Photon interactions at High Energies. Daresburg, Eng., 251. (1969).
- [167] M Wakamatsu, Phys Lett **B 487** 118 (2000).
- [168] M Wakamatsu, Phys Rev **D 67** 034005 (2003); *ibid* **67**, 034006 (2003).
- [169] S Wandzura et F Wilczek, Phys. Lett. **B 72**, 195 (1977).

- [170] H Weigel, L Gamberg et H Reinhardt. Phys Lett **B 399** 287 (1997); Phys Rev **D 55**, 6910 (1997); O Schroder, H Reinhardt et H Weigel, Nucl Phys **A 651** 174 (1999).
- [171] H Weigel, L Gamberg et H Reinhardt. Phys Rev **D 55** 6910 (1997); H Weigel, Pramana **61**, 921 (2003).
- [172] C Weiss. Communication personnelle.
- [173] F R Wesselmann et al, Phys. Rev. Lett. **98** 132003 (2007).
- [174] L W Whitlow et al, Phys. Lett. **B 250**, 193 (1990);
- [175] K Wilson, Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).
- [176] W-M. Yao et al, Journal of Physics G **33**, 1 (2006), <http://pdg.lbl.gov/>
- [177] J Yun et al, Phys. Rev. **C 67**, 055204 (2003).
- [178] Xiaochao Zheng, thèse de doctorat. Massachusetts Institute of Technology, 2002
- [179] Xiaochao Zheng et al, Phys. Rev. Lett. **92** 012004 (2004).
- [180] Xiaochao Zheng et al, Phys. Rev. **C 70**, 065207 (2004).

Ce document décrit les récents résultats expérimentaux sur la structure en spin du nucléon obtenus auprès de l'accélérateur d'électrons Thomas Jefferson National Accelerator Facility (Jefferson Lab) en Virginie. Après avoir discuté la finalité de l'étude la structure en spin du nucléon et donnés les définitions de base, nous expliquons la phénoménologie de la diffusion de leptons. Nous détaillons ensuite certaines règles de somme, un outil central pour l'étude du spin du nucléon à Jefferson Lab, puis exposons la situation expérimentale actuelle. Suivent une présentation et discussion des résultats correspondants puis un exemple de résultat de l'étude du nucléon et ses conséquences sur notre compréhension de l'interaction forte. Nous concluons ce document sur les perspectives expérimentales dans ce domaine de recherche, en particulier avec la prochaine augmentation en énergie de Jefferson Lab.

This document describes the recent experimental results on the spin structure of the nucleon obtained with the electron accelerator Thomas Jefferson National Accelerator Facility (Jefferson Lab), Virginia. We first discuss the goal of studying the nucleon spin structure and give the basis and phenomenology of high energy lepton scattering. Then, we discuss with some detail a few sum rules. Those are important tools for studying the nucleon spin structure at Jefferson Lab. We then describe the present experimental situation and analyze the results. An example of result and its consequence on our understanding of strong interaction is then given. We conclude on the perspectives for this field of research, in particular with the 12 GeV energy upgrade of Jefferson Lab.